

MÔN THI: TIN HỌC

Thời gian làm bài: 180 phút (không kể thời gian phát đề)

(Đề thi gồm 04 trang)

TỔNG QUAN ĐỀ THI

	Bài	Tên tệp chương trình	Tên tệp dữ liệu	Tên tệp kết quả	Điểm
Câu 1	Tháp lũy thừa	THAP.*	THAP.INP	THAP.OUT	5
Câu 2	Xâu nén	NEN.*	NEN.INP	NEN.OUT	5
Câu 3	Chia nhóm ôn tập	NHOM.*	NHOM.INP	NHOM.OUT	5
Câu 4	Tuyến xe khách	TUYEN.*	TUYEN.INP	TUYEN.OUT	5

Dấu * được thay thế bởi C / CPP / PY tương ứng với ngôn ngữ lập trình C / C++ / Python.

Thí sinh hãy lập trình giải các bài toán sau:

Câu 1: Tháp lũy thừa

Cho hai số nguyên dương n và h . Tháp lũy thừa cơ sở n , chiều cao h , ký hiệu là $T(n, h)$, được định nghĩa như sau:

- $T(n, 1) = n$;
- $T(n, h) = n^{T(n, h-1)}$ với mọi $h \geq 2$.

Nói cách khác, $T(n, h)$ là một tháp gồm h tầng, mỗi tầng đều có cơ sở n ; số mũ của mỗi tầng (trừ tầng trên cùng) chính là giá trị của toàn bộ phần tháp nằm phía trên nó. Ví dụ: $T(2, 1) = 2$, $T(2, 2) = 2^2 = 4$, $T(2, 3) = 2^{T(2, 2)} = 2^4 = 16$, $T(2, 4) = 2^{16} = 65\,536$.

Tháp lũy thừa lớn lên rất nhanh: $T(2, 5) = 2^{65\,536}$ đã có 19 729 chữ số, còn $T(2, 6)$ có số chữ số lớn hơn $10^{19\,727}$, không thể viết ra hết. Tuy vậy, chữ số tận cùng của nó vẫn tìm được.

Cho q truy vấn, mỗi truy vấn gồm ba số nguyên dương L, R, h . Với mỗi truy vấn, hãy tính tổng các chữ số tận cùng của $T(n, h)$ khi n chạy từ L đến R .

Dữ liệu

- Dòng đầu tiên: số nguyên q ($1 \leq q \leq 10^5$) là số truy vấn.
- q dòng tiếp theo, mỗi dòng chứa ba số nguyên L, R, h ($1 \leq L \leq R \leq 10^{18}$; $1 \leq h \leq 10^{18}$).

Kết quả

Với mỗi truy vấn, in ra một số nguyên là tổng các chữ số tận cùng cần tìm, mỗi truy vấn trên một dòng.

Giới hạn

- Giới hạn thời gian: 2s; giới hạn bộ nhớ: 256 MB.
- 20% số điểm: $q \leq 10$, $R \leq 10^5$, $h \leq 2$.
- 20% số điểm: $q \leq 10$, $R \leq 10^7$, $h \leq 2$.
- 20% số điểm: $h = 1$.
- 20% số điểm: $h \leq 2$.
- 20% số điểm còn lại không có giới hạn gì thêm.

Ví dụ

THAP.INP	THAP.OUT	Giải thích
4	15	- Truy vấn 1: $T(n, 1) = n$ nên các chữ số tận cùng là 1, 2, 3, 4, 5, tổng bằng 15. - Truy vấn 2: $T(n, 2) = n^n$, lần lượt là 1, 4, 27, 256, 3125, các chữ số tận cùng là 1, 4, 7, 6, 5, tổng bằng 23. - Truy vấn 3: $T(2, 3) = 2^4 = 16$, $T(3, 3) = 3^{27} = 7\,625\,597\,484\,987, \dots$ Các chữ số tận cùng là 1, 6, 7, 6, 5, tổng bằng 25. - Truy vấn 4: $T(2, 100)$ có chữ số tận cùng là 6.
1 5 1	23	
1 5 2	25	
1 5 3	6	
2 2 100		

Câu 2: Xâu nén

Một hệ thống lưu trữ chỉ giữ các tài liệu ở dạng nén. Mỗi tài liệu là một xâu gồm các chữ cái tiếng Anh in thường, được nén bằng cách gom những ký tự giống nhau đứng liền nhau thành từng khối: mỗi khối gồm một ký tự c và một số nguyên dương k , mô tả k ký tự c viết liên tiếp. Xâu ban đầu là các khối ghép nối tiếp nhau theo đúng thứ tự đã cho, ví dụ: tài liệu gồm ba khối (a, 3), (b, 2), (a, 1) mô tả xâu aaabba. Lưu ý: hai khối liền nhau của cùng một tài liệu vẫn có thể có cùng ký tự.

Vì các tài liệu gốc có thể dài tới hàng tỉ ký tự nên hệ thống không thể giải nén chúng ra. Xâu u đứng trước xâu v theo thứ tự từ điển nếu u là tiền tố thực sự của v , hoặc tại vị trí đầu tiên mà hai xâu khác nhau, ký tự của u nhỏ hơn ký tự của v .

Cho n tài liệu ở dạng nén, hãy sắp xếp chúng theo thứ tự từ điển tăng dần của xâu ban đầu.

Dữ liệu

- Dòng đầu tiên: số nguyên n ($1 \leq n \leq 5 \times 10^4$) là số tài liệu.
- n dòng tiếp theo, dòng thứ i mô tả tài liệu thứ i : đầu tiên là số nguyên dương m_i là số khối, tiếp theo là m_i cặp c k lần lượt mô tả các khối, trong đó c là một chữ cái tiếng Anh in thường và $1 \leq k \leq 10^{18}$.
- Tổng số khối của tất cả các tài liệu không vượt quá 10^5 .
- Xâu ban đầu của mỗi tài liệu đảm bảo không có 5×10^{18} ký tự giống nhau liền nhau.

Kết quả

In ra trên một dòng n số nguyên cách nhau một dấu cách là chỉ số các tài liệu theo thứ tự từ điển tăng dần của xâu ban đầu. Nếu hai tài liệu có xâu ban đầu bằng nhau thì tài liệu có chỉ số nhỏ hơn được in trước.

Giới hạn

- Giới hạn thời gian: 2s; giới hạn bộ nhớ: 256 MB.
- 20% số điểm: $n \leq 100$, tổng độ dài các xâu ban đầu không vượt quá 10^5 .
- 20% số điểm: $n \leq 2000$, tổng độ dài các xâu ban đầu không vượt quá 10^6 .
- 20% số điểm: mỗi tài liệu chỉ gồm đúng một khối.
- 20% số điểm: $n \leq 2000$, tổng số khối không vượt quá 4000.
- 20% số điểm còn lại không có giới hạn gì thêm.

Ví dụ

NEN.INP	NEN.OUT	Giải thích
5	2 4 1 3 5	Năm tài liệu lần lượt là aaabb, aaaaa, aaabb, aaab và b (tài liệu 3 có hai khối đầu cùng ký tự a). Xếp theo thứ tự từ điển: aaaaa, aaab, aaabb, aaabb, b. Tài liệu 1 và 3 có xâu bằng nhau nên tài liệu 1 được in trước.
2 a 3 b 2		
1 a 5		
3 a 2 a 1 b 2		
2 a 3 b 1		
1 b 1		

Câu 3: Chia nhóm ôn tập

Lớp của Minh có n học sinh đứng thành một hàng, đánh số từ 1 đến n theo thứ tự từ đầu hàng. Học sinh thứ i có mức học lực là số nguyên dương a_i . Một số học sinh trong lớp là cán sự lớp. Cô giáo chủ nhiệm chia cả hàng thành các nhóm ôn tập. Mỗi nhóm gồm những học sinh đứng liên tiếp nhau trong hàng, và mỗi học sinh thuộc đúng một nhóm. Một nhóm được gọi là hợp lệ nếu thỏa mãn đồng thời hai điều kiện:

- Trong nhóm có không quá K mức học lực khác nhau, để các bạn trong nhóm còn kèm cặp được nhau.
- Trong nhóm có ít nhất một cán sự lớp, để nhóm có người điều hành.

Một cách chia được gọi là hợp lệ nếu mọi nhóm trong cách chia đó đều hợp lệ. Hai cách chia được coi là khác nhau nếu tồn tại hai học sinh thuộc cùng một nhóm ở cách chia này nhưng thuộc hai nhóm khác nhau ở cách chia kia.

Hãy đếm số cách chia hợp lệ. Do kết quả có thể rất lớn, hãy in ra số dư khi lấy kết quả chia cho $10^9 + 7$.

Dữ liệu

- Dòng đầu tiên: hai số nguyên n và K ($1 \leq n \leq 2 \times 10^5$; $1 \leq K \leq 10^9$).
- Dòng thứ hai: n số nguyên $a_1, a_2, \dots, a_n$ ($1 \leq a_i \leq 10^9$) là mức học lực của từng học sinh.
- Dòng thứ ba: một xâu gồm n ký tự "0" hoặc "1"; ký tự thứ i bằng "1" nếu học sinh thứ i là cán sự lớp, bằng "0" nếu ngược lại.

Kết quả

In ra một số nguyên là số cách chia hợp lệ, mod $10^9 + 7$. Nếu không có cách chia hợp lệ nào thì in ra 0.

Giới hạn

- Giới hạn thời gian: 2s; giới hạn bộ nhớ: 256 MB.
- 20% số điểm: $n \leq 20$.
- 20% số điểm: $n \leq 2000$.
- 20% số điểm: $K \geq n$.
- 20% số điểm: mọi học sinh đều là cán sự lớp.
- 20% số điểm còn lại không có giới hạn gì thêm.

Ví dụ

NHOM.INP	NHOM.OUT	Giải thích
5 2 1 2 1 3 3 10101	5	Các cán sự lớp là học sinh 1, 3 và 5. Dưới đây là 5 cách chia hợp lệ (dấu ngăn cách hai nhóm liên nhau): • 1 2 3 4 5 • 1 2 3 4 5 • 1 2 3 4 5 • 1 2 3 4 5 • 1 2 3 4 5 Cách chia 1 2 3 4 5 không hợp lệ vì nhóm 2 3 4 5 có ba mức học lực khác nhau là 2, 1, 3, nhiều hơn $K = 2$.

Câu 4: Tuyển xe khách

Nhân dịp hè, Nam muốn đi từ nhà tới thăm ông bà. Mạng lưới xe khách của tỉnh có n bến xe, đánh số từ 1 đến n , và có m tuyến xe. Mỗi tuyến chạy đúng một lượt trong ngày: tuyến thứ r lần lượt đi qua L_r bến $b_{r,1}, b_{r,2}, \dots, b_{r,L_r}$ và tới bến $b_{r,l}$ vào thời điểm $t_{r,l}$. Dãy thời điểm dọc mỗi tuyến tăng ngặt, và hai bến liên tiếp trên một tuyến luôn khác nhau.

Nam lên được tuyến r tại bến $b_{r,i}$ nếu có mặt ở bến đó vào một thời điểm không muộn hơn $t_{r,i}$ (tới đúng lúc xe rời bến thì vẫn kịp lên xe). Sau đó Nam xuống ở một bến $b_{r,j}$ nào đó với $j > i$,

vào thời điểm $t_{r,j}$. Giá của lượt đi đó là $\min((j-i) \times p_r, q_r)$, nghĩa là tính theo số chặng đã đi với đơn giá p_r một chặng, nhưng không bao giờ quá giá vé trọn tuyến q_r . Nam được chờ ở một bến bao lâu tùy ý, và được lên xuống cùng một tuyến nhiều lần, mỗi lượt lên xuống trả tiền riêng. Nam có mặt ở bến 1 từ thời điểm 0, còn nhà ông bà ở ngay cạnh bến n . Đoàn trưởng cấp cho Nam k vé miễn phí; mỗi vé dùng được cho đúng một lượt đi (một lần lên rồi xuống), bất kể lượt đó dài bao nhiêu chặng. Nam không bắt buộc phải dùng hết số vé được cấp.

Hãy tính tổng số tiền ít nhất mà Nam phải trả để tới được bến n .

Dữ liệu

- Dòng đầu tiên: ba số nguyên n, m, k ($2 \leq n \leq 10^5$; $1 \leq m \leq 10^5$; $0 \leq k \leq 10$).
- Tiếp theo là m nhóm, mỗi nhóm ba dòng mô tả một tuyến. Nhóm thứ r gồm:
 - Dòng thứ nhất: ba số nguyên L_r, p_r, q_r ($2 \leq L_r$; $1 \leq p_r, q_r \leq 10^9$).
 - Dòng thứ hai: L_r số nguyên $b_{r,1}, \dots, b_{r,L_r}$ ($1 \leq b_{r,i} \leq n$; $b_{r,i} \neq b_{r,i+1}$).
 - Dòng thứ ba: L_r số nguyên $t_{r,1}, \dots, t_{r,L_r}$ ($0 \leq t_{r,1} < t_{r,2} < \dots < t_{r,L_r} \leq 10^9$).
- Tổng số điểm dừng $S = L_1 + L_2 + \dots + L_m$ không vượt quá 10^5 . Có thể có nhiều tuyến trùng nhau hoàn toàn.

Kết quả

In ra một số nguyên là tổng số tiền ít nhất mà Nam phải trả. Nếu Nam không thể tới được bến n thì in ra -1.

Giới hạn

- Giới hạn thời gian: 3s; giới hạn bộ nhớ: 256 MB.
- 20% số điểm: $S \leq 15$, $k = 0$.
- 20% số điểm: $S \leq 2000$, $k = 0$.
- 20% số điểm: $k = 0$.
- 20% số điểm: $S \leq 2000$.
- 20% số điểm còn lại không có giới hạn gì thêm.

Ví dụ

TUYEN.INP	TUYEN.OUT	Giải thích
5 3 0 ~~3 9 15~~ 1 2 3 0 2 5 ~~2 7 7~~ 1 3 0 9 ~~3 3 90~~ 3 4 5 5 6 8	21	Nam không có vé miễn phí: • Lên tuyến 1 ở bến 1 lúc 0, xuống ở bến 3 lúc 5: đi hai chặng, $2 \times 9 = 18$ nhưng giá trọn tuyến chỉ 15 nên trả 15. • Tuyến 3 rời bến 3 đúng lúc 5 nên Nam vẫn kịp lên, đi hai chặng tới bến 5 lúc 8, trả: $\min(2 \times 3, 90) = 6$. Tổng cộng $15 + 6 = 21$. Nếu đi tuyến 2 (giá 7) thì Nam tới bến 3 lúc 9, đã lỡ tuyến 3.
4 3 1 2 8 8 1 2 0 2 3 5 9 2 3 4 2 4 6 2 100 100 1 3 0 3	5	Nam có một vé miễn phí. Nam dùng vé cho tuyến 3 (bến 1 $\rightarrow$ bến 3, tới lúc 3), rồi lên tuyến 2 rời bến 3 lúc 4, đi một chặng tới bến 4 và trả 5.

----- HẾT -----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm