

**TỔNG QUAN ĐỀ THI**

| Tên bài           | Tệp chương trình | Tệp dữ liệu vào | Tệp dữ liệu ra | Điểm |
|-------------------|------------------|-----------------|----------------|------|
| Modulo tối thượng | MOD.*            | MOD.INP         | MOD.OUT        | 6    |
| Vẻ đẹp của dãy số | VEDEP.*          | VEDEP.INP       | VEDEP.OUT      | 7    |
| Đếm số đường đi   | NUMPATHS.*       | NUMPATHS.INP    | NUMPATHS .OUT  | 7    |

*Phần mở rộng của tệp chương trình được đặt tùy theo ngôn ngữ lập trình được sử dụng.*

**Câu 1. Modulo tối thượng (6.0 điểm)**

Cho dãy số  $a_1, a_2, \dots, a_n$  tồn tại ít nhất 2 phần tử có giá trị khác nhau. Hãy tìm một số nguyên dương  $M$  lớn nhất sao cho khi chia từng phần tử của dãy cho  $M$  thì có cùng giá trị dư, nghĩa là  $a_1 \bmod M = a_2 \bmod M = \dots = a_n \bmod M$ .

**Dữ liệu:**

Vào từ tệp văn bản MOD.INP:

- Dòng thứ nhất ghi số nguyên dương  $n$  ( $2 \leq n \leq 10^6$ ) - số lượng số nguyên dương có trong dãy số.
- Dòng thứ hai ghi dãy số  $a_1, a_2, \dots, a_n$  ( $1 \leq a_i \leq 10^9$ )

**Kết quả:** Ghi ra tệp văn bản MOD.OUT số nguyên dương  $M$  thỏa điều kiện.

**Ví dụ:**

| MOD.INP      | MOD.OUT |
|--------------|---------|
| 5            | 3       |
| 4 13 16 10 7 |         |

**Ràng buộc:**

- (1) 50% số test  $1 \leq a_i \leq 10000, n \leq 1000$ .
- (2) 50% số test còn lại không có ràng buộc gì thêm.

**Câu 2. Về đẹp của dãy số (7.0 điểm)**

Huy là một cậu bé rất thích vẻ đẹp của những dãy số. Cậu định nghĩa một dãy  $k$  số nguyên dương  $a_1, a_2, \dots, a_k$  là một dãy đẹp khi mọi cặp  $i, j$  ( $1 \leq i, j \leq k, i \neq j$ ) thỏa mãn một trong hai điều kiện sau:

- $a_i$  chia hết cho  $a_j$ ;

- $a_j$  chia hết cho  $a_i$ .

Ví dụ: Với  $n = 5$ ;  $a = [7,9,3,14,63]$ , dãy  $a$  không phải là dãy đẹp (với  $i = 2, j = 4$  không thỏa mãn các điều kiện trên). Với  $n = 3, a = [2, 14, 42]$ , dãy  $a$  là dãy đẹp. Hôm nay, Huy nhận được một dãy số nguyên dương gồm  $n$  phần tử  $a_1, a_2, \dots, a_n$ . Nếu dãy trên là một dãy số không đẹp thì Huy sẽ cảm thấy khó chịu, nên cậu ấy muốn xóa một vài phần tử của dãy  $a$  để nó trở thành một dãy đẹp.

**Yêu cầu:** Hãy giúp Huy tính toán xem số phần tử cần xóa ít nhất là bao nhiêu.

**Dữ liệu:**

Vào từ tệp văn bản VEDEP.INP:

- Dòng đầu tiên là số nguyên dương  $n$  ( $1 \leq n \leq 2 \times 10^5$ )
- Dòng thứ hai gồm  $n$  số nguyên dương  $a_1, a_2, \dots, a_n$  ( $1 \leq a_i \leq 2 \times 10^5$ ).

Các số trên cùng một dòng cách nhau bởi dấu cách.

**Kết quả:** Ghi ra tệp văn bản VEDEP.OUT số phần tử cần xóa ít nhất để dãy  $a$  trở thành một dãy đẹp.

**Ví dụ:**

| VEDEP.INP        | VEDEP.OUT |
|------------------|-----------|
| 5<br>7 9 3 14 63 | 2         |
| 3<br>2 14 42     | 0         |

**Giải thích:**

- Ở test ví dụ đầu tiên, xóa số 7 và 14 sẽ làm dãy  $a$  trở thành dãy đẹp.
- Ở test ví dụ thứ hai, dãy  $a$  là một dãy đẹp nên không cần xóa phần tử nào.

**Ràng buộc:**

- (1) Có 30% test tương ứng với 30% số điểm thỏa mãn:  $n \leq 18$ ;
- (2) Có 30% số test tương ứng với 30% số điểm thỏa mãn:  $n \leq 10^3$ , dãy  $a$  là dãy không giảm;
- (3) Có 20% số test tương ứng với 20% số điểm thỏa mãn:  $n \leq 2 \cdot 10^5$ , dãy  $a$  là dãy không giảm;
- (4) Có 20% còn lại không có ràng buộc gì thêm.

**Câu 3. Đếm số đường đi (7.0 điểm)**

Bản đồ thành phố XYZ được biểu diễn dưới dạng hệ tọa độ Oxy. Mỗi địa điểm trong thành phố là một điểm nguyên trên bản đồ. Người ta xây dựng các con đường theo nguyên tắc sau: Với mỗi địa điểm ở ô  $(x,y)$  ( $x,y \in \mathbb{Z}$ ) trên bản đồ:

- + Có đúng A con đường 1 chiều dẫn đến địa điểm ở ô  $(x+1,y)$
- + Có đúng B con đường 1 chiều dẫn đến địa điểm ở ô  $(x,y+1)$
- + Có đúng C con đường 1 chiều dẫn đến địa điểm ở ô  $(x+1,y+1)$

**Yêu cầu:** Bạn đang ở địa điểm nằm trên tọa độ  $(0,0)$  và muốn đến địa điểm nằm trên tọa độ  $(N,M)$ . Đếm xem có bao nhiêu cách đi thỏa mãn.

**Dữ liệu:** Vào cho trong tệp NUMPATHS.INP gồm 5 số nguyên  $N, M, A, B, C$ .

$$(0 \leq N, M \leq 5 \times 10^6; 0 \leq A, B, C \leq 10^9)$$

**Kết quả:** Đưa ra tệp NUMPATHS.OUT một số duy nhất là số lượng cách đi thỏa mãn. Vì kết quả có thể rất lớn nên hãy modulo  $10^9 + 7$ .

**Ví dụ:**

| NUMPATHS.INP | NUMPATHS.OUT |
|--------------|--------------|
| 1 1 1 1 1    | 3            |

**Giải thích:**

Có 3 đường đi:

- + (0,0) -> (0,1) -> (1,1)
- + (0,0) -> (1,0) -> (1,1)
- + (0,0) -> (1,1)

**Ràng buộc:**

- (1) 20% số test có:  $N, M \leq 5000$ .
- (2) 20% số test tiếp theo có:  $N, M \leq 10^5; A = B = 1; C = 0$ .
- (3) 20% số test khác có:  $N, M \leq 10^5; C = 0$ .
- (4) 30% số test tiếp theo có:  $N, M \leq 10^5$ .
- (5) 10% số test còn lại: Không có điều kiện gì thêm.

.....Hết.....