

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi gồm có 04 trang)

Ngày thi: 18/9/2026

Môn thi: Tin học

Thời gian làm bài: 180 phút

TỔNG QUAN ĐỀ THI

Tên bài	File chương trình	File dữ liệu vào	File kết quả	Thời gian
Bài 1	TIEPSUC.*	TIEPSUC.INP	TIEPSUC.OUT	1 giây/test
Bài 2	PHANKHU.*	PHANKHU.INP	PHANKHU.OUT	1 giây/test
Bài 3	CUUHO.*	CUUHO.INP	CUUHO.OUT	1 giây/test

Dấu * là CPP hoặc PY của ngôn ngữ lập trình được sử dụng tương ứng là C++ hoặc Python.

Hãy lập trình giải các bài toán sau:

Bài 1. (7 điểm)

Một khu du lịch có n điểm tham quan, điểm i có trạm xe thứ i , các trạm đánh số từ 1 đến n . Từ trạm i , có đúng một tuyến xe cố định đưa hành khách tới trạm t_i cho trước (nếu $t_i = i$, nghĩa là điểm i là điểm tham quan cuối - xe không di chuyển đến điểm tham quan kế tiếp mà xe sẽ rời trạm i để đưa hành khách tham quan vòng quanh bên trong điểm tham quan này, sau mỗi chuyến xe lại quay lại trạm i). Mỗi lần một chuyến xe nếu rời trạm i , tại trạm i sẽ có thêm g_i hành khách mới lên xe (kể cả khi xe đi qua trạm i nhiều lần trong một hành trình dài).

Có q truy vấn, mỗi truy vấn cho hai số nguyên u, k : nếu xuất phát từ trạm u (ban đầu xe không có khách, nếu rời trạm u thì xe sẽ nhận số hành khách đầu tiên là g_u) và thực hiện đúng k chuyến liên tiếp. Hỏi sau k chuyến, xe đang ở trạm nào và đã đón được tổng cộng bao nhiêu hành khách?

Dữ liệu vào từ tệp văn bản TIEPSUC.INP có cấu trúc:

- Dòng 1: hai số nguyên n, q ($1 \leq n, q \leq 2 \times 10^5$);
- Dòng 2: n số nguyên $t_1, \dots, t_n$ ($1 \leq i \leq n$; $1 \leq t_i \leq n$);
- Dòng 3: n số nguyên $g_1, \dots, g_n$ ($1 \leq i \leq n$; $1 \leq g_i \leq 10^9$);
- q dòng tiếp theo, mỗi dòng hai số nguyên u, k ($1 \leq u \leq n$; $0 \leq k \leq 10^9$).

Các số trên cùng một dòng được ghi cách nhau một dấu cách.

Kết quả ghi ra tệp văn bản TIEPSUC.OUT có cấu trúc:

Với mỗi truy vấn, in trên một dòng hai số nguyên: trạm đang đứng và tổng số hành khách đã đón - theo đúng thứ tự truy vấn trong dữ liệu vào.

Ví dụ:

TIEPSUC.INP	TIEPSUC.OUT	Giải thích
5 1 2 3 4 5 5 1 2 3 4 5 1 10	5 40	Xuất phát trạm 1. Chuyển 1..4 lần lượt đón 1,2,3,4 hành khách rồi tới trạm 5. Từ chuyển thứ 5 trở đi, xe đi chuyển vòng quanh bên trong điểm 5 (vì $t_5=5$) nhưng vẫn đi qua trạm 5 đón thêm $g_5=5$ hành khách mỗi chuyển - 6 chuyển còn lại (chuyển 5 đến 10) đón thêm $6 \times 5 = 30$. Tổng cộng sau 10 chuyển: $1+2+3+4+30=40$, xe đang ở trạm 5.

Ràng buộc:

- Subtask 1: 40% số test có $n, q, k \leq 2 \times 10^3$;
- Subtask 2: 30% số test có $n, q \leq 2 \times 10^3$; $k \leq 10^9$;
- Subtask 3: 30% số test có $n, q \leq 2 \times 10^5$; $k \leq 10^9$.

Bài 2. (7 điểm)

Một siêu thị có dãy n gian hàng liên tiếp nhau. Gian hàng thứ i chuyên bán sản phẩm loại a_i . Cần chia toàn bộ dãy gian hàng thành đúng k phân khu liên tiếp nhau, mỗi phân khu phải chứa ít nhất một gian hàng. Trong một phân khu có thể bán nhiều loại sản phẩm. Nếu có hơn một gian hàng cùng loại sản phẩm trong một phân khu thì cần thuê người quản lý. Một phân khu có c gian hàng cùng bán một loại sản phẩm, thì chi phí thuê người quản lý loại sản phẩm đó là $c(c-1)/2$. Chi phí thuê quản lý của một phân khu bằng tổng chi phí thuê quản lý từng loại sản phẩm của phân khu đó. Chi phí thuê quản lý của siêu thị bằng tổng chi phí thuê quản lý của tất cả các phân khu.

Yêu cầu: Hãy tìm cách chia các phân khu sao cho chi phí thuê quản lý của siêu thị là nhỏ nhất.

Dữ liệu vào từ tệp văn bản PHANKHU.INP có cấu trúc:

- Dòng thứ nhất: hai số nguyên n và k ($1 \leq n \leq 5 \times 10^4$; $1 \leq k \leq \min(20, n)$);
- Dòng thứ hai: n số nguyên $a_1, \dots, a_n$ ($1 \leq i \leq n$; $1 \leq a_i \leq n$).

Kết quả ghi ra tệp văn bản PHANKHU.OUT có cấu trúc:

Một số nguyên duy nhất là chi phí nhỏ nhất có thể đạt được.

Ví dụ:

PHANKHU.INP	PHANKHU.OUT	Giải thích
9 2 1 3 1 3 1 3 1 3 1	6	Một cách chia 2 phân khu tối ưu là $[1, 3, 1, 3]$ và $[1, 3, 1, 3, 1]$. Phân khu thứ nhất có hai gian hàng cùng bán loại sản phẩm 1 và hai gian hàng bán loại sản phẩm 3 nên tổn chi phí là $2(2-1)/2 + 2(2-1)/2 = 2$; phân khu thứ hai có ba gian hàng cùng bán loại sản phẩm 1 và hai gian hàng bán loại sản phẩm 3 nên tổn chi phí là $2(2-1)/2 + 3(3-1)/2 = 4$. Tổng chi phí 2 phân khu là $2+4=6$.

Ràng buộc:

- Subtask 1: 40% số test có $n \leq 10^3$; $k \leq 10$;
- Subtask 2: 30% số test có $n \leq 10^4$; $k \leq 20$;
- Subtask 3: 30% số test có $n \leq 5 \times 10^4$; $k \leq 20$.

Bài 3. (6 điểm)

Một khu vực có n thành phố (đánh số 1 đến n) và m con đường hai chiều, đường thứ i nối hai thành phố u_i, v_i với thời gian di chuyển w_i (nguyên dương), mạng lưới đường liên thông và trung tâm chỉ huy đặt tại thành phố S .

Trung tâm tính thời gian di chuyển ngắn nhất từ S tới mọi thành phố khác. Với mỗi thành phố $v \neq S$, xác định một "tuyến cứu hộ chuẩn" duy nhất tới v như sau: Gọi $t[v]$ là thời gian ngắn nhất tới v , xét tất cả thành phố u sao cho có con đường trực tiếp (u, v) với thời gian w thỏa $t[u] + w = t[v]$ (tức đi qua u là một cách đạt thời gian ngắn nhất tới v) - trong số các u thỏa điều kiện này, chọn u nhỏ nhất làm "trạm liên trước" của v trên tuyến cứu hộ (gọi u là cha cứu hộ của v). Quy tắc này áp dụng cho mọi thành phố nên xác định duy nhất một cây cứu hộ gốc tại S .

Sau khi xây xong cây cứu hộ, có q sự kiện xảy ra tuần tự theo thời gian, mỗi sự kiện thuộc một trong hai loại:

- Loại 1: " $1\ u\ x$ " - cấp x đơn vị vật tư cho thành phố u (cộng dồn vào lượng vật tư hiện có tại u , lượng vật tư ban đầu của mọi thành phố là 0).
- Loại 2: " $2\ u\ v$ " - hỏi tổng lượng vật tư (đã cấp tính đến thời điểm này) của tất cả các thành phố nằm trên đường đi từ u đến v trên cây cứu hộ.

Yêu cầu: Với mỗi sự kiện loại 2, in ra kết quả tìm được.

Dữ liệu vào từ tệp văn bản CUUHO.INP có cấu trúc:

- Dòng 1: bốn số nguyên n, m, S, q ($1 \leq n \leq 2 \times 10^5$; $n - 1 \leq m \leq 4 \times 10^5$; $1 \leq S \leq n$; $1 \leq q \leq 2 \times 10^5$);
- m dòng tiếp theo, mỗi dòng ba số nguyên u_i, v_i, w_i - con đường hai chiều nối thành phố u_i, v_i với thời gian w_i ($1 \leq i \leq m$; $1 \leq u_i, v_i \leq n$; $1 \leq w_i \leq 10^9$);
- q dòng tiếp theo, mỗi dòng mô tả một sự kiện theo đúng định dạng nêu trên (" $1\ u\ x$ " hoặc " $2\ u\ v$ "; $1 \leq u, v \leq n$; $1 \leq x \leq 10^9$).

Các số trên cùng một dòng được ghi cách nhau một dấu cách.

Kết quả ghi ra tệp văn bản CUUHO.OUT có cấu trúc:

q dòng: mỗi dòng một số nguyên tương ứng với mỗi sự kiện loại 2 - kết quả tìm được theo đúng thứ tự xuất hiện trong dữ liệu vào.

Ví dụ:

CUUHO.INP	CUUHO.OUT	Giải thích
5 7 1 5	17	Từ thành phố 1: $t[2]=2$, $t[3]=4$ (qua 2), $t[4]=5$ (qua 3), $t[5]=6$ (qua 4). Cây cầu hộ là một chuỗi thẳng 1-2-3-4-5. Sự kiện "1 5 10" và "1 3 7" cấp vật tư cho 5 và 3. Truy vấn "2 5 1" hỏi đường đi 5-4-3-2-1: tổng vật tư = 10 (tại 5) + 0 + 7 (tại 3) + 0 + 0 = 17. Sau đó "1 2 3" cấp thêm cho thành phố 2. Truy vấn "2 5 2" hỏi đường đi 5-4-3-2: tổng = 10+0+7+3 = 20.
1 2 2	20	
1 3 5		
2 3 2		
2 4 7		
3 4 1		
3 5 4		
4 5 1		
1 5 10		
1 3 7		
2 5 1		
1 2 3		
2 5 2		

Ràng buộc:

- Subtask 1: 70% số test có $n, q \leq 2 \times 10^4$; $m \leq 4 \times 10^4$;
- Subtask 2: 30% số test có $n, q \leq 2 \times 10^5$; $m \leq 4 \times 10^5$.

----- HẾT -----

Ghi chú: Giám thị không giải thích gì thêm.