

TỔNG QUAN BÀI THI

	Tên bài	File chương trình	File dữ liệu vào	File dữ liệu ra
Bài 1	Ma trận	MATRIX.*	MATRIX.INP	MATRIX.OUT
Bài 2	Mật khẩu tuần hoàn	PASSWORD.*	PASSWORD.INP	PASSWORD.OUT
Bài 3	Bếp ăn công nghiệp	KITCHEN.*	KITCHEN.INP	KITCHEN.OUT

Dấu * được thay thế bởi PAS/CPP/PY của ngôn ngữ lập trình được sử dụng tương ứng là Pascal/C++/Python.

Hãy lập trình giải các bài toán sau:

Bài 1. Ma trận (100 điểm)

Ma trận nguyên A kích thước $n \times m$ là một tập hợp gồm nm số nguyên được xếp trên n dòng và m cột. Để biểu diễn một ma trận trong máy tính, ta có thể sử dụng cấu trúc dữ liệu mảng hai chiều. Tuy nhiên cách biểu diễn thuần túy này có chi phí lưu trữ rất lớn là nm . Trong một số trường hợp ma trận đặc biệt, người ta có thể biểu diễn ma trận theo dạng gọn hơn.

Ma trận hạng 1 là ma trận $A = \{a_{ij}\}_{n \times m}$ thỏa mãn tính chất sau: tồn tại dãy số nguyên $u_1, u_2, \dots, u_n$ và $v_1, v_2, \dots, v_m$ sao cho với mọi $1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m$, luôn có $a_{ij} = u_i \cdot v_j$. Với tính chất như trên, ta có thể lưu trữ một **ma trận hạng 1** với chi phí lưu trữ chỉ là $n + m$ bằng cách lưu trữ hai dãy $\{u_i\}_n$ và $\{v_j\}_m$.

Hãy tìm một biểu diễn dạng gọn của **ma trận hạng 1** cho trước A . Nếu có nhiều phương án hợp lệ, in ra phương án có tổng $u_1 + u_2 + \dots + u_n + v_1 + v_2 + \dots + v_m$ nhỏ nhất.

Dữ liệu: nhập từ file văn bản **MATRIX.INP**:

- Dòng đầu tiên chứa hai số nguyên dương n, m là kích thước (số dòng và số cột) của ma trận A ;
- n dòng tiếp theo, dòng thứ i chứa m số nguyên $a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{im}$ ($1 \leq a_{ij} \leq 10^{12}$) mô tả dòng thứ i của ma trận A .

Kết quả: xuất ra file văn bản **MATRIX.OUT**:

- Dòng đầu tiên chứa n số nguyên mô tả dãy $u_1, u_2, \dots, u_n$;
- Dòng tiếp theo chứa m số nguyên mô tả dãy $v_1, v_2, \dots, v_m$.
- Nếu có nhiều đáp án hợp lệ, in ra một đáp án bất kỳ;
- Dữ liệu đảm bảo luôn có ít nhất một lời giải hợp lệ.

Ràng buộc:

- **Subtask 1** (20%): $n = 1, m = 1$;
- **Subtask 2** (20%): $n = 1, m \leq 10^6$;
- **Subtask 3** (30%): $n \times m \leq 10^6, 1 \leq a_{ij} \leq 2$;
- **Subtask 4** (30%): $n \times m \leq 10^6$.

Ví dụ:

MATRIX.INP	MATRIX.OUT	Giải thích
2 3 8 24 16 6 18 12	4 3 2 6 4	2 6 4 1 3 2 ---+----- 4 8 24 16 8 8 24 16 3 6 18 12 6 6 18 12 (4 + 3) + (2 + 6 + 4) = 19 (8 + 6) + (1 + 3 + 2) = 20

Bài 2. Mật khẩu tuần hoàn (100 điểm)

Trên không gian mạng, mỗi người dùng đều được đại diện bởi một tài khoản định danh kèm theo một phương thức bảo vệ. **Mật khẩu** là một công cụ bảo mật phổ biến, được tạo thành bởi một chuỗi các ký tự đặc trưng riêng của chủ nhân tài khoản.

Ngày nay, mật khẩu tỏ ra kém an toàn hơn các công cụ bảo mật mới khác như nhận diện khuôn mặt (Face ID), dấu vân tay (fingerprint) hay xác thực hai lớp (2FA), bởi mật khẩu có thể dễ dàng bị “bẻ khóa” bởi những phương thức tấn công đơn giản như “tấn công brute-force” – duyệt tự động tất cả các khả năng của xâu mật khẩu. Phương thức này đặc biệt nguy hiểm nếu mật khẩu có chứa các xâu con tuần hoàn, bởi quy luật tuần hoàn có thể khiến cho mật khẩu trở nên dễ đoán hơn.

Bạn là chủ tài khoản của một hệ thống mạng nội bộ. Để đảm bảo an toàn, bạn cần kiểm tra lại xem mật khẩu hiện tại của tài khoản có tồn tại sự tuần hoàn nào hay không. Biết rằng mật khẩu hiện tại là một xâu S gồm N ký tự Latin thường. Bạn hãy thực hiện Q yêu cầu kiểm tra sự tuần hoàn của các xâu con $S[l_q:r_q]$ của mật khẩu trên ($1 \leq q \leq Q$).

Lưu ý: Một xâu T gọi là tuần hoàn nếu tồn tại một xâu $X \neq T$ sao cho $T = X + X + \dots + X$.

Ví dụ, xâu $T_1 = ababab$ là xâu tuần hoàn vì nó được cấu tạo bởi 3 xâu ab ghép liền với nhau.

Ngược lại, xâu $T_2 = abcab$ không phải là xâu tuần hoàn.

Dữ liệu: nhập từ file văn bản **PASSWORD.INP**:

- Dòng đầu tiên chứa số nguyên dương N mô tả độ dài mật khẩu
- Dòng tiếp theo chứa xâu S mô tả mật khẩu gồm N ký tự Latin in thường
- Dòng tiếp theo chứa số nguyên dương Q mô tả số yêu cầu kiểm tra
- Q dòng tiếp theo, dòng thứ q chứa hai số nguyên dương l_q và r_q ($1 \leq l_q \leq r_q \leq N$) mô tả yêu cầu kiểm tra thứ q trên xâu $S[l_q:r_q]$

Kết quả: xuất ra file văn bản **PASSWORD.OUT** Q dòng, dòng thứ q ứng với truy vấn q là **YES** (nếu xâu con $S[l_q:r_q]$ tuần hoàn) hoặc **NO** (nếu xâu con $S[l_q:r_q]$ không tuần hoàn).

Ràng buộc:

- **Subtask 1** (20%): $N, Q \leq 10^2$;
- **Subtask 2** (20%): $N, Q \leq 10^3$;
- **Subtask 3** (30%): $N, Q \leq 10^4$;
- **Subtask 4** (30%): $N, Q \leq 10^5$.

Ví dụ:

PASSWORD.INP	PASSWORD.OUT	Giải thích
14	NO	Truy vấn 1: abacbaabcabccc
abacbaabcabccc	NO	Truy vấn 2: abac
5	YES	Truy vấn 3: abc abc
1 14	YES	Truy vấn 4: c c c
1 4	NO	Truy vấn 5: abcab
7 12		
12 14		
7 11		

Bài 3. Bếp ăn công nghiệp (100 điểm)

Siêu thị **S** có N nguyên liệu, mỗi nguyên liệu được bán theo đơn vị **một lượng số nguyên kilogram** với giá thành C_i đồng/kg và giá trị dinh dưỡng trên mỗi kilogram là P_i ($1 \leq i \leq N$).

Là trưởng bếp ăn công nghiệp, hãy lựa chọn các nguyên liệu trong giới hạn ngân sách M đồng sao cho tổng lượng dinh dưỡng cho bữa ăn là lớn nhất có thể.

Dữ liệu: nhập từ file văn bản **KITCHEN.INP**:

- Dòng đầu tiên chứa hai số nguyên không âm N, M ($1 \leq N \leq 500, 1 \leq M \leq 10^9$) biểu thị số lượng loại nguyên liệu trong siêu thị và ngân sách tối đa cho bữa ăn
- Dòng thứ hai chứa N số nguyên dương $C_1, C_2, \dots, C_N$ mô tả chi phí của 1 kg nguyên liệu thứ i ($1 \leq i \leq N, 1 \leq C_i \leq 500$)
- Dòng thứ ba chứa N số nguyên dương $P_1, P_2, \dots, P_N$ mô tả giá trị dinh dưỡng của 1 kg nguyên liệu thứ i ($1 \leq i \leq N, 1 \leq P_i \leq 10^9$)

Kết quả: xuất ra file văn bản **KITCHEN.OUT** một số nguyên duy nhất là tổng giá trị dinh dưỡng tối đa có thể đạt được

Ràng buộc:

- Subtask 1** (40%): $M \leq 50000$;
- Subtask 2** (20%): C_i là một lũy thừa của 2;
- Subtask 3** (40%): Không có giới hạn gì thêm.

Ví dụ:

KITCHEN.INP	KITCHEN.OUT	Giải thích
5 50 3 4 7 9 10 3 4 8 11 12	60	Lựa chọn tối ưu: 1kg nguyên liệu 1, 3kg nguyên liệu 4, 2kg nguyên liệu 5. Tổng chi phí: $C = C_1 + 3C_4 + 2C_5$ $= 1 \cdot 3 + 3 \cdot 9 + 2 \cdot 10$ $= \mathbf{50}$ Tổng giá trị dinh dưỡng: $P = P_1 + 3P_4 + 2P_5$ $= 1 \cdot 3 + 3 \cdot 11 + 2 \cdot 12$ $= \mathbf{60}$

----- **HẾT** -----