

MÔN THI: TIN HỌC

Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian phát đề)

(Đề thi gồm 06 trang)

TỔNG QUAN ĐỀ THI

Câu	Tên tệp chương trình	Dữ liệu vào	Dữ liệu ra	Điểm
1	SUM.*	stdin	stdout	2,0
2	GHEP.*	stdin	stdout	2,0
3	WATER.*	stdin	stdout	1,5
4	FARM.*	stdin	stdout	1,5
5	MOD.*	stdin	stdout	1,5
6	TUI.*	stdin	stdout	1,5

*Dấu * được thay thế bởi CPP hoặc PY tương ứng với ngôn ngữ lập trình C++ hoặc Python.*

Thí sinh hãy lập trình giải các bài toán sau:

Câu 1. SUM

Cho một dãy gồm N số nguyên dương a_1, a_2, \dots, a_n và một số nguyên dương K .

Hãy tìm tổng của tất cả các phần tử trong dãy chia hết cho K . Nếu không có phần tử nào chia hết cho K , in ra 0.

Input:

- Dòng đầu tiên chứa hai số nguyên dương N và K ($1 \leq N \leq 10^5, 1 \leq K \leq 10^9$).
- Dòng thứ hai chứa N số nguyên dương a_1, a_2, \dots, a_n ($1 \leq a_i \leq 10^9$).

Output:

In ra một số nguyên duy nhất: tổng của các phần tử chia hết cho K .

Giới hạn:

Thời gian: 1 giây, Bộ nhớ: 256 MB.

- 20% số test có ràng buộc bổ sung: $K = 1$.
- 20% số test khác có ràng buộc bổ sung: $N \leq 1000$.
- 60% số test còn lại không có ràng buộc bổ sung.

Ví dụ:

Input	Output	Giải thích
5 3 6 7 9 2 12	27	Chia hết cho 3: 6, 9, 12. Tổng = 6 + 9 + 12 = 27.

Câu 2. GHEP

Một cửa hàng có 4 loại nguyên liệu và 4 công thức. Mỗi nguyên liệu có một chỉ số chất lượng a_i và mỗi công thức có một hệ số khó b_j . Khi kết hợp nguyên liệu i với công thức j , điểm thành phẩm là:

$$\text{điểm} = a_i \times b_j$$

Bạn được chọn đúng một nguyên liệu và đúng một công thức. Hãy tìm điểm thành phẩm lớn nhất có thể.

Input:

- Dòng thứ nhất chứa 4 số nguyên: a_1, a_2, a_3, a_4 ($-10^9 \leq a_i \leq 10^9$).
- Dòng thứ hai chứa 4 số nguyên: b_1, b_2, b_3, b_4 ($-10^9 \leq b_j \leq 10^9$).

Output:

In ra một số duy nhất: điểm thành phẩm lớn nhất có thể.

Giới hạn:

Thời gian: 1 giây, Bộ nhớ: 256 MB.

- 20% số test có ràng buộc bổ sung: $-10 \leq a_i \leq 10$.
- 30% số test khác có ràng buộc bổ sung: $-10^3 \leq a_i \leq 10^3$.
- 50% số test còn lại không có ràng buộc bổ sung.

Ví dụ:

Input	Output	Giải thích
3 -2 5 1 3 -5 7 1	35	Ghép $a_3 = 5$ với $b_3 = 7$: $5 \times 7 = 35$.

Câu 3. WATER

Bạn có ba chiếc cốc có dung tích lần lượt là A, B và C lít. Ban đầu, cốc 1 chứa đầy nước (A lít), cốc 2 và cốc 3 đều rỗng.

Bạn được cho một danh sách gồm N thao tác. Mỗi thao tác có dạng "u v" ($1 \leq u, v \leq 3, u \neq v$), nghĩa là rót nước từ cốc u sang cốc v. Khi rót, bạn rót cho đến khi cốc u hết nước hoặc cốc v đầy, tùy điều kiện nào xảy ra trước.

Hãy in ra lượng nước trong ba cốc sau khi thực hiện xong.

Input:

- Dòng đầu tiên chứa ba số nguyên dương A, B, C ($1 \leq A, B, C \leq 10^9$) — dung tích của ba cốc.
- Dòng thứ hai chứa một số nguyên dương N ($1 \leq N \leq 10^5$) — số lượng thao tác.
- N dòng tiếp theo, mỗi dòng chứa hai số nguyên u và v ($1 \leq u, v \leq 3, u \neq v$).

Output:

In ra ba số nguyên trên một dòng, cách nhau bởi dấu cách: lượng nước trong cốc 1, cốc 2 và cốc 3.

Giới hạn:

Thời gian: 1 giây, Bộ nhớ: 256 MB.

- 30% số test có ràng buộc bổ sung: tất cả thao tác chỉ liên quan đến cốc 1 và cốc 2 ($u, v \in \{1, 2\}$).
- 30% số test khác có ràng buộc bổ sung: $N \leq 100$.
- 40% số test còn lại không có ràng buộc bổ sung.

Ví dụ 1:

Input	Output	Giải thích
10 7 3 5 1 2 2 3 3 1 2 3 1 2	0 7 3	Ban đầu: (10, 0, 0) 1→2: (3, 7, 0) 2→3: (3, 4, 3) 3→1: (6, 4, 0) 2→3: (6, 1, 3) 1→2: (0, 7, 3)

Ví dụ 2:

Input	Output	Giải thích
6 4 3 5 1 2 2 3 1 2 2 3 3 1	3 3 0	Ban đầu: (6, 0, 0) 1→2: (2, 4, 0) 2→3: (2, 1, 3) 1→2: (0, 3, 3) 2→3: (0, 3, 3) — không đổi 3→1: (3, 3, 0)

Câu 4. FARM

Một nông trại có N thửa ruộng xếp thành một hàng, thửa thứ i có giá trị thu hoạch là a_i (có thể âm, nghĩa là thửa đó bị sâu bệnh và gây thiệt hại nếu thu hoạch).

Bạn muốn chọn một số thửa để thu hoạch sao cho tổng giá trị lớn nhất có thể. Tuy nhiên, sau khi thu hoạch một thửa, máy gặt cần thời gian bảo trì nên bạn phải bỏ qua ít nhất K thửa liền kề tiếp theo trước khi thu hoạch thửa tiếp.

Nói cách khác, nếu bạn thu hoạch thửa i , thửa tiếp theo bạn được phép thu hoạch sớm nhất là thửa $i + K + 1$. Bạn cũng có thể chọn không thu hoạch thửa nào (tổng = 0).

Hãy tìm tổng giá trị thu hoạch lớn nhất có thể.

Input:

- Dòng đầu tiên chứa hai số nguyên N và K ($1 \leq N \leq 10^6, 0 \leq K \leq N-1$).
- Dòng thứ hai chứa N số nguyên a_1, a_2, \dots, a_n ($-10^9 \leq a_i \leq 10^9$).

Output:

In ra một số nguyên duy nhất: tổng giá trị thu hoạch lớn nhất.

Giới hạn:

Thời gian: 1 giây, Bộ nhớ: 256 MB.

- 25% số test có ràng buộc bổ sung: $N \leq 20$.
- 25% số test khác có ràng buộc bổ sung: $N \leq 5000, K \leq 5000$.
- 25% số test khác có ràng buộc bổ sung: $K \leq 1$.
- 25% số test còn lại không có ràng buộc bổ sung.

Ví dụ 1:

Input	Output	Giải thích
5 1 3 1 5 2 8	16	Thu hoạch thửa 1, 3, 5: $3 + 5 + 8 = 16$.

Ví dụ 2:

Input	Output	Giải thích
6 2 5 -3 4 -1 6 2	11	Thu hoạch thửa 1 và 5: $5 + 6 = 11$.

Ví dụ 3:

Input	Output	Giải thích
4 1 -5 -3 -1 -4	0	Tất cả âm, không thu hoạch.

Câu 5. MOD

Kiên đang đi du lịch trên hòn đảo cá nhân của Kôi Anh. Ở giữa hòn đảo có một ngôi đền trông rất đẹp, Kiên rất mong muốn được vào tham quan nhưng ngay trước cổng vào có T câu

đó, $1 \leq T \leq 100$. Mỗi câu đó cho hai số nguyên $0 \leq L \leq R \leq 10^{100000}$, yêu cầu tìm số số tự nhiên x thỏa mãn 2^x có cùng số dư với x^2 khi chia cho 7 và $L \leq x \leq R$.

Tuy nhiên, Kiên lại không giỏi trong việc giải những câu đó nên nhờ bạn giúp. Bạn hãy giúp Kiên nhé.

Input:

- Dòng đầu tiên gồm 2 số nguyên dương $subtask_id$ ($1 \leq subtask_id \leq 4$) và số lượng câu đó T ($1 \leq T \leq 10$).
- T dòng tiếp theo mỗi dòng gồm 2 số tự nhiên L, R ($0 \leq L \leq R \leq 10^{100000}$)

Output:

In ra T dòng, mỗi dòng gồm 1 số nguyên là số lượng giá trị x thỏa mãn điều kiện của câu đó tương ứng.

Giới hạn:

- **Subtask 1 (20% số điểm):** $0 \leq L \leq R \leq 10^5$.
- **Subtask 2 (20% số điểm):** $0 \leq L \leq R \leq 10^{18}$, $R-L+1 \leq 10^5$
- **Subtask 3 (50% số điểm):** $0 \leq L \leq R \leq 10^{18}$.
- **Subtask 4 (10% số điểm):** $0 \leq L \leq R \leq 10^{100000}$.

Ví dụ:

Input	Output	Giải thích
1 2 0 20 36 67	6 9	Các số tự nhiên x thỏa mãn ở câu đó thứ nhất là 2, 4, 5, 6, 10, 15 và ở câu đó thứ hai là 36, 44, 46, 47, 48, 52, 57, 65, 67.

Câu 6. TUI

Trong lúc dạo quanh trên hòn đảo của Khôi Anh, Kiên phát hiện một căn hầm bỏ hoang đầy bí ẩn với vô vàn những viên đá quý lấp lánh. Tuy nhiên, Kiên chỉ mang theo một chiếc túi nhỏ chứa được tối đa S kg, trong khi căn phòng lại có tới n viên đá quý với viên thứ i có khối lượng w_i kg và có giá trị là v_i tiền. Vì muốn kiếm tiền nhưng lười biếng, Kiên nhờ bạn hãy giúp anh ấy chọn đá vào túi sao cho mỗi viên đá chỉ được lấy một lần mà đồng thời kiếm được nhiều lợi nhuận nhất.

Input:

- Dòng đầu gồm 3 số $subtask_id$ ($1 \leq subtask_id \leq 3$), n, S là số thứ tự của subtask, số viên đá trong phòng và tải trọng tối đa của túi.
- Trong n dòng tiếp theo, dòng thứ i gồm một cặp số (w_i, v_i) biểu thị khối lượng và giá trị của từng viên đá.

Output:

In ra một số thực là số tiền tối đa có thể kiếm được, làm tròn đến 6 chữ số sau dấu phẩy.

Giới hạn:

- Subtask 1 (20% số điểm):
 n, S, w_i, v_i là các số nguyên. $1 \leq n \leq 100, 0 \leq S \leq 10^5, 1 \leq w_i, v_i \leq 10^9$.
- Subtask 2 (40% số điểm):
 n là số nguyên. S, w_i, v_i là các số thực. $1 \leq n \leq 100, 0 \leq S \leq 10^5, 1 \leq w_i, v_i \leq 10^9$.
Tuy nhiên, trong n giá trị là số thực w_i , luôn tồn tại $n - 1$ giá trị w_i là số nguyên. Các số thực có tối đa 6 chữ số thập phân sau dấu phẩy.
- Subtask 3 (40% số điểm):
 n là số nguyên. S, w_i, v_i là số thực. $1 \leq n \leq 36, 0 \leq S \leq 10^{18}, 1 \leq w_i, v_i \leq 10^9$. Các số thực có tối đa 6 chữ số thập phân sau dấu phẩy.

Ví dụ:

Input	Output	Giải thích
1 5 67 67 90 40 61 26 41 66 101 6 7	102.000000	chọn viên đá quý thứ 2 và thứ 3, tổng cân nặng là 66 và tổng giá trị là 102.