

Đề gồm có 03 trang và 03 câu

TỔNG QUAN VỀ BÀI THI

Câu	Tên tệp chương trình	Tên tệp INPUT	Tên tệp OUTPUT	Điểm	Thời gian
1	ASYNC.*	ASYNC.INP	ASYNC.OUT	6,0	1s/test
2	CORRIDOR.*	CORRIDOR.INP	CORRIDOR.OUT	7,0	1s/test
3	SUPPLYTREE.*	SUPPLYTREE.INP	SUPPLYTREE.OUT	7,0	1s/test

- Dấu * là CPP, PAS hoặc PY tùy theo ngôn ngữ lập trình được lựa chọn;
- Thí sinh tạo thư mục trên ổ đĩa D có tên là số báo danh của thí sinh, thí sinh làm bài và lưu vào thư mục vừa tạo. Ví dụ thí sinh có số báo danh là 05 sẽ tạo thư mục D:\05 và lưu bài làm vào thư mục này.

Câu 1. Điểm ổn định

Sau một đợt thiên tai lớn, nhiều khu vực bị chia cắt và hệ thống thông tin liên lạc bị ảnh hưởng. Trung tâm điều hành cứu trợ triển khai một hệ thống hỗ trợ thông minh nhằm nhanh chóng đánh giá hiện trạng, duy trì liên lạc và tổ chức vận chuyển vật tư đến các khu vực cần thiết.

Trước tiên, trung tâm muốn đánh giá mức độ ổn định của hệ thống hỗ trợ thông qua các tín hiệu được truyền về từ các thiết bị. Điểm ổn định của hệ thống càng cao thì việc truyền tin có độ tin cậy càng lớn.

Hệ thống gồm N thiết bị được đánh số thứ tự từ 1 đến N và bố trí tại N khu vực khác nhau, mỗi khu vực bố trí 1 thiết bị. Thiết bị thứ i truyền về cho trung tâm một tín hiệu mang giá trị là một số nguyên dương A_i , các giá trị này được lưu thành một dãy theo thứ tự từ A_1 đến A_N . Với một đoạn các giá trị liên tiếp trong dãy từ vị trí L đến vị trí R , nhịp đồng bộ của đoạn được tính là $G(L, R) = \gcd(A_L, A_{L+1}, \dots, A_R)$, trong đó $\gcd(A_L, A_{L+1}, \dots, A_R)$ là ước chung lớn nhất của các giá trị $A_L, A_{L+1}, \dots, A_R$. Điểm ổn định của đoạn được xác định bởi $F(L, R) = G(L, R) \times (R - L + 1)$. Điểm ổn định của hệ thống là $\max(F[L, R])$ với $1 \leq L \leq R \leq N$.

Yêu cầu: Hãy tìm điểm ổn định của hệ thống.

Dữ liệu: Cho trong tệp văn bản ASYNC.INP có cấu trúc như sau:

- Dòng 1 chứa số nguyên N ($1 \leq N \leq 2 \times 10^5$).
- Dòng 2 chứa N số nguyên dương $A_1, A_2, \dots, A_N$ ($1 \leq A_i \leq 10^9$; $1 \leq i \leq N$).

Kết quả: Ghi ra tệp văn bản ASYNC.OUT một dòng chứa một số nguyên dương là điểm ổn định của hệ thống tìm được.

Ví dụ:

ASYNC.INP	ASYNC.OUT	Giải thích
6 12 17 14 18 18 3	36	Đoạn $[4, 5]$ có $\gcd(18, 18) = 18$ và độ dài 2, nên $F(4, 5) = 36$ là giá trị lớn nhất.

Ràng buộc:

Subtask 1: 20% số tests tương ứng 20% số điểm có $N \leq 300$.

Subtask 2: 25% số tests tương ứng 25% số điểm có $N \leq 5000$.

Subtask 3: 25% số tests tương ứng 25% số điểm có A_{l+1} chia hết cho A_l với mọi $1 \leq l < N$.

Subtask 4: 30% số tests tương ứng 30% số điểm không có ràng buộc gì thêm.

Câu 2. Hành lang cứu trợ

Sau khi phân tích dữ liệu từ các trạm hiện trường tại các khu vực, các tuyến đường di chuyển cần được đánh giá để hình thành hành lang cứu trợ hiệu quả. Có N khu vực cứu trợ và có M đường đi một chiều nối trực tiếp giữa các khu vực.

N khu vực và M đường đi được mô hình hóa như một đồ thị có hướng gồm N đỉnh được đánh số từ 1 đến N và M cạnh có hướng, trong đó cạnh (u, v) biểu diễn có đường đi trực tiếp từ đỉnh u đến đỉnh v . Đỉnh 1 là sở chỉ huy và đỉnh N được xác định là khu vực cứu trợ trọng điểm. Tại đỉnh i có A_i đơn vị nguồn lực có thể huy động cho nhiệm vụ. Hành trình của đội cứu trợ xuất phát tại đỉnh 1 và phải kết thúc tại đỉnh N . Trên hành trình này, đội cứu trợ đi qua đỉnh nào thì được huy động nguồn lực tại đỉnh đó, có thể đi qua một đỉnh nhiều lần nhưng chỉ huy động nguồn lực tại đỉnh đó 1 lần.

Yêu cầu: Hãy xác định tổng nguồn lực lớn nhất có thể huy động được trên một hành trình từ đỉnh 1 đến đỉnh N . Luôn tồn tại ít nhất một đường đi từ đỉnh 1 đến đỉnh N .

Dữ liệu: Cho từ tệp văn bản **CORRIDOR.INP** có cấu trúc như sau:

- Dòng 1 chứa hai số nguyên N, M ($2 \leq N \leq 2 \times 10^5$; $1 \leq M \leq 4 \times 10^5$).
- Dòng 2 chứa N số nguyên dương $A_1, A_2, \dots, A_N$ ($1 \leq A_i \leq 10^9$; $1 \leq i \leq N$).
- M dòng tiếp theo, mỗi dòng chứa hai số nguyên u, v biểu diễn cho một cạnh có hướng nối trực tiếp từ đỉnh u đến đỉnh v ($1 \leq u, v \leq N, u \neq v$).

Kết quả: Ghi ra tệp văn bản **CORRIDOR.OUT** một dòng chứa một số nguyên duy nhất là tổng nguồn lực lớn nhất có thể huy động được.

Ví dụ:

CORRIDOR.INP	CORRIDOR.OUT	Giải thích
5 6 6 5 12 3 8 1 2 1 5 2 3 2 4 3 2 3 5	31	Có thể đi $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 5$. Tổng nguồn lực lớn nhất có thể huy động được là $6 + 5 + 12 + 8 = 31$.
6 7 5 4 8 3 6 10 1 2 2 3 3 2 3 4 2 5 5 4 4 6	36	Có thể đi $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 5 \rightarrow 4 \rightarrow 6$. Đỉnh 2 được đi qua hai lần nhưng nguồn lực tại đỉnh này chỉ được tính một lần. Tổng nguồn lực lớn nhất có thể huy động được là $5 + 4 + 8 + 6 + 3 + 10 = 36$.

Ràng buộc:

Subtask 1: 15% số tests tương ứng 15% số điểm có $N \leq 15, M \leq 40$.

Subtask 2: 20% số tests tương ứng 20% số điểm có đồ thị không có chu trình.

Subtask 3: 30% số tests tương ứng 30% số điểm có $N \leq 400, M \leq 5000$.

Subtask 4: 35% số tests tương ứng 35% số điểm không có ràng buộc gì thêm.

Câu 3. Mạng vận chuyển

Khi hành lang cứu trợ đã được xác định, trung tâm cần chuyển từ hoạt động cơ động sang vận hành lâu dài và mở rộng hệ thống cứu trợ. Một mạng vận chuyển cố định được xây dựng để duy trì phân phối vật tư lâu dài, phục vụ đồng thời nhiều điểm phân phối.

Hệ thống mạng vận chuyển cố định gồm N điểm được đánh số từ 1 đến N và $N - 1$ đoạn đường hai chiều, mỗi đoạn nối trực tiếp 2 điểm. Giữa 2 điểm bất kỳ trong hệ thống luôn tồn tại đường đi và hệ thống được xem như một cây. Điểm 1 là trung tâm điều hành. Mỗi điểm i có chỉ số hiệu quả là A_i nếu được chọn làm điểm phân phối vật tư. Chỉ số này có thể âm do điều kiện mặt bằng, nhân lực hoặc chi phí vận hành tại điểm đó không thuận lợi. Mỗi đoạn đường nối trực tiếp từ điểm u đến điểm v có một chi phí kích hoạt c . Để phục vụ một điểm phân phối v , tất cả các đoạn trên đường đi từ điểm 1 đến điểm v phải được kích hoạt. Một đoạn chỉ phải trả chi phí kích hoạt một lần, kể cả khi đoạn đó đồng thời phục vụ nhiều điểm phân phối.

Trung tâm cần xây dựng phương án chọn đúng K điểm làm điểm phân phối vật tư. Giá trị của một phương án bằng tổng chỉ số hiệu quả của K điểm được chọn trừ đi tổng chi phí của tất cả các đoạn phải kích hoạt.

Yêu cầu: Hãy giúp trung tâm tìm một phương án có giá trị lớn nhất.

Dữ liệu: Cho từ tệp văn bản SUPPLYTREE.INP có cấu trúc như sau:

- Dòng 1 chứa hai số nguyên N, K ($1 \leq N \leq 5 \times 10^4; 1 \leq K \leq \min(N, 50)$).
- Dòng 2 chứa N số nguyên $A_1, A_2, \dots, A_N$ ($-10^9 \leq A_i \leq 10^9$).
- $N - 1$ dòng tiếp theo, mỗi dòng chứa ba số nguyên u, v, c , biểu diễn đoạn đường hai chiều nối trực tiếp từ điểm u đến điểm v có chi phí kích hoạt c ($1 \leq u, v \leq N; 1 \leq c \leq 10^9$).

Kết quả: Ghi ra tệp văn bản SUPPLYTREE.OUT một dòng chứa một số nguyên duy nhất là giá trị lớn nhất của phương án tìm được.

Ví dụ:

SUPPLYTREE . INP	SUPPLYTREE . OUT	Giải thích
8 3 -6 5 14 6 16 2 13 11 1 2 2 2 3 13 1 4 5 3 5 17 5 6 11 5 7 5 4 8 14	6	Chọn các điểm 3, 5 và 7. Tổng hiệu quả bằng $14+16+13=43$. Các tuyến phải kích hoạt là: 1-2, 2-3, 3-5 và 5-7 với tổng chi phí $2+13+17+5=37$. Giá trị phương án là $43-37=6$.

Ràng buộc:

Subtask 1: 15% số tests tương ứng 15% số điểm có $N \leq 20$.

Subtask 2: 20% số tests tương ứng 20% số điểm cây có đúng 2 đỉnh lá.

Subtask 3: 20% số tests tương ứng 20% số điểm có $N \leq 2000, K \leq 20$.

Subtask 4: 45% số tests tương ứng 45% số điểm không có ràng buộc gì thêm.

— HẾT —