HỘI CÁC TRƯỜNG CHUYÊN **KÌ THI THỬ CHỌN HSG QUỐC GIA THPT**

Năm học 2023-2024

Môn: Tin học

Thời gian: 180 phút

Ngày thi thứ nhất: 11/12/2023

(Đề thi có 03 trang)

TỔNG QUAN NGÀY THI THỨ NHẤT

	Tên bài	File chương trình	Dữ liệu vào	Dữ liệu ra
Bài 1	**Độ xấu nhỏ nhất**	**MSEQ.***	**MSEQ.INP**	**MSEQ.OUT**
Bài 2	**Đường kính**	**DTREE.***	**DTREE.INP**	**DTREE.OUT**
Bài 3	**Dãy số**	**ARRAY.***	**ARRAY.INP**	**ARRAY.INP**

Dấu * được thay thế bởi PAS hoặc CPP của ngôn ngữ lập trình được sử dụng tương ứng là Pascal hoặc C++.

***Hãy lập trình giải các bài toán sau*:**

Bài 1: Độ xấu nhỏ nhất (7 điểm)

Cho dãy a gồm n phần tử. Đoạn $[l, r]$ của dãy a là dãy gồm các phần tử liên tiếp a_l, a_{l+1}, …, a_r. Độ xấu của đoạn $[l, r]$ là số lượng vị trí i ($l \le i \le r$) sao cho $a_i \ne i - l + 1$. Hãy chia dãy a thành các đoạn sao cho mỗi phần tử a_i thuộc đúng một đoạn và tổng độ xấu của các đoạn là nhỏ nhất.

Dữ liệu: Vào từ file văn bản MSEQ.INP:

- Dòng đầu tiên chứa số nguyên n ($1 \le n \le 2 \times 10^5$) tương ứng là độ dài dãy a.
- Dòng thứ hai chứa n số nguyên lần lượt là a_1, a_2, …, a_n ($1 \le a_i \le n, \forall 1 \le i \le n$) tương ứng với giá trị của các phần tử thuộc dãy a.

Kết quả: Ghi ra file văn bản MSEQ.OUT:

- Ghi trên một dòng duy nhất là tổng độ xấu nhỏ nhất.

Ràng buộc:

- Subtask **1** (**25%**): $\boldsymbol{n \le 200}$.
- Subtask **2** (**25%**): $\boldsymbol{n \le 3000}$.
- Subtask **3** (**25%**): $\boldsymbol{a_i \le 200}$.
- Subtask **4** (**25%**): không có ràng buộc gì thêm.

Ví dụ:

MSEQ.INP	MSEQ.OUT
5 2 1 3 2 1	2

Bài 2: Đường kính (7 điểm)

Cho một đồ thị vô hướng dạng cây gồm N đỉnh. Xét hai tập đỉnh A và B, ban đầu tập A chứa toàn bộ N đỉnh trên cây, còn tập B rỗng.

Gọi khoảng cách giữa hai đỉnh u, v trên cây là số cạnh ít nhất cần đi qua để đi từ u đến v. Đường kính của một tập đỉnh là khoảng cách xa nhất giữa hai đỉnh trong tập đó.

Bạn được cho Q truy vấn, truy vấn thứ i gồm một số nguyên v_i tương ứng với việc xoá đỉnh v_i thuộc tập A, và thêm đỉnh v_i vào tập B. Hãy đưa ra đường kính của tập đỉnh A và tập đỉnh B sau mỗi truy vấn.

Dữ liệu: Vào từ file văn bản DTREE.INP:

- Dòng đầu tiên chứa hai số nguyên tương ứng là số đỉnh N ($1 \leq N \leq 4 \times 10^5$) của cây đồ thị và số truy vấn Q ($1 \leq Q < N$).
- $N - 1$ dòng tiếp theo, mỗi dòng chứa hai số nguyên a, b ($1 \leq a, b \leq N$) tương ứng là hai đỉnh có cạnh nối với nhau trên cây.
- Q dòng cuối cùng, dòng thứ i là số nguyên v_i ($1 \leq v_i \leq N$) tương ứng với truy vấn thứ i. Dữ liệu đảm bảo các v_i là phân biệt.

Kết quả: Ghi ra file văn bản DTREE.OUT:

- Ghi kết quả trên Q dòng, dòng thứ i chứa hai số nguyên tương ứng là đường kính của tập A và đường kính của tập B sau truy vấn thứ i.

Ràng buộc:

- Subtask 1 (20%): $N, Q \leq 10^3$.
- Subtask 2 (20%): $N \leq 10^5$, $Q \leq 10^3$.
- Subtask 3 (20%): mỗi đỉnh có tối đa hai cạnh nối với nó.
- Subtask 4 (20%): khoảng cách giữa hai đỉnh xa nhất trên cây không vượt quá 20.
- Subtask 5 (20%): không có ràng buộc gì thêm.

Ví dụ:

DTREE.INP	DTREE.OUT
5 4 1 2 2 4 1 3 3 5 2 1 4 3	4 0 4 1 1 2 0 3

Bài 3: Dãy số (6 điểm)

Cho hai số nguyên dương $\boldsymbol{n}$, $\boldsymbol{k}$ và dãy $\boldsymbol{a}$ có $\boldsymbol{n}$ phần tử.

Xét một dãy $\boldsymbol{b}$ có $\boldsymbol{n}$ phần tử ban đầu đều bằng ∞ hay $\boldsymbol{b_i} = \infty$ với $\forall \boldsymbol{1 \leq i \leq n}$.

Bạn được thực hiện thao tác sau vô số lần:

- Chọn cặp số nguyên $(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{v})$ thỏa mãn $\boldsymbol{1 \le x \le n - k + 1}$, sau đó gán $\boldsymbol{b_i = \min(b_i, v)}$ với $\forall\, \boldsymbol{x \le i \le x + k - 1}$.

Sau một số thao tác, dãy $\boldsymbol{b}$ được gọi là đẹp nếu $\boldsymbol{a_i \ge b_i}$ với $\forall \boldsymbol{1 \le i \le n}$.

Tính giá trị lớn nhất của tổng các phần tử dãy $\boldsymbol{b}$ sau khi dãy $\boldsymbol{b}$ trở nên đẹp.

Dữ liệu: Vào từ file văn bản ARRAY.INP:

- Dòng đầu tiên chứa hai số nguyên dương n, k ($1 \le k \le n \le 2000$).
- Dòng thứ hai chứa n số nguyên lần lượt là $a_1, a_2, \dots, a_n$ ($1 \le a_i \le 100\,000$).

Kết quả: Ghi ra file văn bản ARRAY.OUT:

- Ghi ra trên một dòng duy nhất là giá trị lớn nhất của tổng các phần tử dãy b sau khi dãy b trở nên đẹp.

Ràng buộc:

- Subtask $\boldsymbol{1}$ (10%): $\boldsymbol{a_i \le a_{i+1}, \forall 1 \le i \le n - 1}$.
- Subtask $\boldsymbol{2}$ ($\boldsymbol{20}$%): $\boldsymbol{a_i \le 2}$.
- Subtask $\boldsymbol{3}$ ($\boldsymbol{20}$%): $\boldsymbol{n \le 80}$.
- Subtask $\boldsymbol{4}$ ($\boldsymbol{20}$%): $\boldsymbol{n \le 500}$.
- Subtask $\boldsymbol{5}$ ($\boldsymbol{30}$%): không có ràng buộc gì thêm.

Ví dụ:

ARRAY.INP	ARRAY.OUT
4 2 6 6 4 2	16
5 3 3 4 4 3 1	9

HẾT