

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian phát đề)

(Đề thi gồm 4 trang)

TỔNG QUAN VỀ ĐỀ THI

Bài	Tên bài	Tên tệp chương trình	Tên tệp dữ liệu vào	Tên tệp dữ liệu ra	Điểm
1	Ước số chung	GCD.*	GCD.INP	GCD.OUT	6,0
2	Truy vấn giá	TRUYVAN.*	TRUYVAN.INP	TRUYVAN.OUT	5,0
3	Biến đổi số	BIENDOI.*	BIENDOI.INP	BIENDOI.OUT	5,0
4	Năng lượng	ENERGY.*	ENERGY.INP	ENERGY.OUT	4,0

*Dấu * được thay thế bởi PAS, CPP hoặc PY của ngôn ngữ lập trình sử dụng tương ứng là Pascal, C++ hoặc Python*

Bài 1. Ước số chung

Cho dãy A gồm n số nguyên dương a_1, a_2, \dots, a_n . Một số nguyên dương g được gọi là ước số chung của dãy khi tất cả các phần tử trong dãy đều chia hết cho g .

Ví dụ: Với dãy $A = [2, 4, 6, 2, 10]$ thì các số 1 và 2 là ước của tất cả các phần tử trong dãy. Vì vậy, số lượng ước chung của dãy A trong trường hợp này là 2.

Yêu cầu: Tìm số lượng ước số chung của tất cả các phần tử trong dãy A .

Dữ liệu: Đọc từ tệp GCD.INP:

Dòng đầu tiên chứa số nguyên T ($1 \leq T \leq 50$) là số bộ dữ liệu vào. Theo sau là các bộ dữ liệu vào, mỗi bộ dữ liệu vào gồm 2 dòng:

- Dòng 1 chứa một số nguyên n ($1 \leq n \leq 10^2$) là số phần tử của dãy A .
- Dòng 2 chứa n số nguyên dương a_1, a_2, \dots, a_n ($1 \leq a_i \leq 10^6$) là các phần tử của dãy A .

Kết quả: Ghi vào tệp GCD.OUT:

Ứng với mỗi bộ dữ liệu vào, chương trình của bạn cần in ra một dòng chứa một số nguyên duy nhất là số lượng các ước số chung của tất cả các phần tử trong dãy A tương ứng.

Ví dụ:

GCD.INP	GCD.OUT
2	1
5	4
1 2 3 4 5	
6	
6 90 12 18 30 18	

Ràng buộc:

- Có 70% số test của bài thỏa mãn $a_i \leq 10^3$.
- Có 30% số test còn lại của bài thỏa mãn $a_i \leq 10^6$.

Bài 2. Truy vấn giá

Một siêu thị quản lý các mặt hàng đang kinh doanh bằng phần mềm quản lý trên máy tính, nhân viên trong siêu thị cần cập nhật giá bán (đơn vị: nghìn đồng) của các mặt hàng đang kinh doanh. Danh sách giá bán thay đổi liên tục khi siêu thị nhập thêm mặt hàng mới hoặc ngừng kinh doanh một mặt hàng. Ban quản lý thường xuyên cần truy vấn: mức giá thấp thứ k trong danh sách hiện tại là bao nhiêu?

Quy tắc xếp hạng như sau:

- Các mặt hàng có cùng giá được xếp cùng một mức.
- Mức tiếp theo tính theo số mức giá phân biệt thấp hơn nó cộng 1.

Yêu cầu: Xử lý n mặt hàng ban đầu và q thao tác theo thứ tự. Với mỗi thao tác truy vấn $Q k$, hãy cho biết mức giá thấp thứ k theo thứ hạng trong danh sách hiện tại. Nếu k lớn hơn số mức giá phân biệt hiện có, kết quả truy vấn là 0.

Dữ liệu: Đọc từ tệp TRUYVAN.INP:

- Dòng 1: số nguyên dương n là số mặt hàng ban đầu.
- Dòng 2: n số nguyên cách nhau bởi dấu cách là giá của n mặt hàng.
- Dòng 3: số nguyên dương q là số thao tác.
- q dòng tiếp theo, mỗi dòng ghi một thao tác theo một trong ba dạng:
 - $A x$: nhập thêm một mặt hàng có giá x vào danh sách.
 - $D x$: thực hiện loại bỏ duy nhất một mặt hàng có mức giá bằng x ra khỏi danh sách kinh doanh hiện tại. Trong trường hợp có nhiều mặt hàng cùng có giá x , chỉ xóa đi một đơn vị sản phẩm; các mặt hàng còn lại cùng mức giá này vẫn được giữ nguyên trong danh sách. Nếu tại thời điểm truy vấn không tồn tại mặt hàng nào có giá bằng x , hệ thống sẽ bỏ qua thao tác này và không thực hiện thay đổi nào.
 - $Q k$: truy vấn mức giá thấp thứ k theo thứ hạng.

Kết quả: Ghi vào tệp TRUYVAN.OUT gồm nhiều dòng, với mỗi thao tác $Q k$ ghi một dòng là kết quả của truy vấn tương ứng.

Ví dụ:

TRUYVAN.INP	TRUYVAN.OUT	Giải thích
4	3	- Với $Q 1$: Truy vấn mức giá thấp thứ 1 cho giá trị 3.
5 3 3 7	5	- Với $Q 2$: Truy vấn mức giá thấp thứ 2 cho giá trị 5.
8	4	- Với $A 4$: Thêm 4 vào, danh sách thành: 5 3 3 7 4
Q 1	5	- Với $Q 2$: Truy vấn mức giá thấp thứ 2 cho giá trị 4.
Q 2	0	- Với $D 3$: Xóa giá trị 3, danh sách thành: 5 3 7 4.
A 4		- Với $D 3$: Xóa giá trị 3, danh sách thành: 5 7 4.
Q 2		- Với $Q 2$: Truy vấn mức giá thấp thứ 2 cho giá trị 5.
D 3		- Với $Q 6$: Truy vấn mức giá thấp thứ 6 (không tồn tại) cho giá trị 0.
D 3		
Q 2		
Q 6		

Ràng buộc:

- Có 70% số test của bài thỏa mãn $n \leq 10^3, q \leq 10^3, 1 \leq x \leq 10^5$.
- Có 30% số test còn lại của bài thỏa mãn $n \leq 10^5, q \leq 10^5, 1 \leq x \leq 10^5$.

Bài 3. Biến đổi số

Cho một số nguyên dương N . Ta thực hiện thao tác thay đổi các chữ số của N theo quy tắc sau:

- Chọn một vị trí bất kỳ trong chuỗi chữ số của N .
- Thay thế chữ số tại vị trí đó bằng một chữ số mới (từ 0 đến 9).
- Điều kiện: Số mới được tạo thành phải có cùng số lượng chữ số với N và không được có chữ số 0 ở đầu.

Mỗi lần thay đổi một vị trí được tính là một thao tác.

Yêu cầu: Hãy tìm số thao tác tối thiểu để biến đổi số N ban đầu thành một số mới là bội của 111.

Dữ liệu: Đọc từ tệp BIENDOI.INP:

- Dòng 1: số nguyên T ($1 \leq T \leq 25$) là số lượng bộ dữ liệu.
- T dòng tiếp theo, mỗi dòng chứa một số nguyên dương N .

Kết quả: Ghi vào tệp BIENDOI.OUT gồm T dòng tương ứng với kết quả của T bộ dữ liệu. Mỗi dòng là một số nguyên đại diện cho số thao tác tối thiểu tìm được hoặc -1 nếu không có phương án thỏa mãn.

Ví dụ:

BIENDOI.INP	BIENDOI.OUT	Giải thích
4	0	Có 4 bộ dữ liệu.
111	1	- Số 111 không cần biến đổi.
220	-1	- Số 220 không chia hết cho 111. Ta có thể thay
13	2	chữ số 0 ở cuối thành chữ số 2 để được số 222
991990		chia hết cho 111.
		- Số 13 không thể biến đổi để chia hết cho 111.
		- Số 991990 cần biến đổi hai chữ số ở vị trí 3
		và vị trí 6 để được số 999999 chia hết cho 111.

Ràng buộc:

- Có 30% số test của bài thỏa mãn: mỗi số nguyên có số lượng chữ số ≤ 9 và có nhiều nhất một chữ số khác các chữ số còn lại.
- Có 40% số test tiếp theo của bài thỏa mãn: $T \leq 10$, mỗi số nguyên có số chữ số ≤ 9 .
- Có 30% số test còn lại của bài thỏa mãn: $T \leq 25$, mỗi số nguyên có số chữ số ≤ 18 .

Bài 4. Năng lượng

Phi hành gia Tí đang thực hiện nhiệm vụ khám phá vũ trụ thì phi thuyền gặp sự cố cạn kiệt năng lượng. May mắn thay, Tí thu thập được một dãy gồm N tinh thể năng lượng xếp thành một hàng dọc, được đánh số thứ tự từ 1 đến N .

Tí cần sử dụng toàn bộ số tinh thể này để nạp đầy cho K lõi động cơ của phi thuyền.

Quy trình nạp năng lượng phải tuân thủ nghiêm ngặt các điều kiện sau để tránh phát nổ:

1. Mỗi lõi động cơ phải được nạp bằng một dãy các tinh thể liên tiếp nhau.
2. Toàn bộ N tinh thể đều phải được phân bổ hết vào K lõi động cơ.
3. Để tránh quá tải, mỗi lõi động cơ không được chứa nhiều hơn M tinh thể.

4. Mỗi tinh thể mang một mức điện tích nhất định (có thể là điện tích âm hoặc dương). Công suất hoạt động của một lõi động cơ được tính bằng giá trị tuyệt đối của tổng điện tích các tinh thể bên trong lõi đó.

5. Tổng công suất cung cấp cho phi thuyền bằng tổng công suất của tất cả K lõi động cơ.

Yêu cầu: Bạn có trong tay danh sách mức điện tích của các tinh thể. Hãy giúp phi hành gia Tí tính toán cách chia tinh thể sao cho tổng công suất cung cấp cho phi thuyền là lớn nhất để có thể khởi hành về Trái đất an toàn.

Dữ liệu: Đọc từ tệp ENERGY.INP gồm:

- Dòng đầu tiên chứa ba số nguyên N, K, M ($1 \leq N \leq 3000, 1 \leq M, K \leq N$).
- Dòng tiếp theo chứa N số nguyên $A_1 A_2 \dots A_N$ ($0 \leq |A_l| \leq 10^9, 1 \leq l \leq N$) thể hiện mức điện tích của từng tinh thể.

Kết quả: Ghi vào tệp ENERGY.OUT một số nguyên duy nhất là tổng công suất lớn nhất có thể đạt được.

Ví dụ:

ENERGY.INP	ENERGY.OUT	Giải thích
5 2 4 -7 -7 17 3 -20	26	Cách chia tinh thể để tạo ra công suất lớn nhất: Lõi 1: (-7, -7, 17, 3), có công suất là $ -7 - 7 + 17 + 3 = 6$ Lõi 2: (-20), có công suất là $ -20 = 20$. Tổng: $6 + 20 = 26$
3 2 2 -6 -15 13	34	Chia làm 2 lõi: (-6, -15) và (13) Công suất là: $ -6 - 15 + 13 = 34$

Ràng buộc:

- Có 10% số test của bài thỏa mãn $K = 2$.
- Có 10% số test của bài thỏa mãn $N \leq 20$.
- Có 20% số test của bài thỏa mãn $N \leq 1000, M \leq 50, K \leq 200$.
- Có 30% số test khác của bài thỏa mãn $N \leq 3000, K$ hoặc $M \leq 500$.
- Có 30% số test còn lại không có ràng buộc gì thêm.

-----Hết-----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Giám thị không giải thích gì thêm.

Họ tên thí sinh.....Số báo danh:.....