TRƯỜNG THPT CHU ...N

NGÀY THỨ HAI

KỲ THI CHỌN ĐỘI TUYỂN
DỰ THI HỌC SINH GIỎI QUỐC GIA LỚP 12
NĂM HỌC 2026- 2027
Môn thi: TIN HỌC

Thời gian: 180 phút *(không kể thời gian giao đề)*

TỔNG QUAN ĐỀ THI

TT	Tên bài	Tên chương trình	Dữ liệu vào	Dữ liệu ra	TG	Bộ nhớ
Câu 1	Đoạn đại diện	CAU1.*	CAU1.INP	CAU1.OUT	1s	1GB
Câu 2	Ba trạm bao tâm	CAU2.*	CAU2.INP	CAU2.OUT	1s	1GB
Câu 3	Hiệu chỉnh	CAU3.*	CAU3.INP	CAU3.OUT	1s	1GB
Câu 4	Tuyến tuần tra	CAU4.*	CAU4.INP	CAU4.OUT	1s	1GB

Câu 1. Đoạn đại diện (5 điểm)

Tên tệp chương trình: CAU1.*

Cho dãy gồm n số nguyên không âm $a_1, a_2, \ldots, a_n$.

Một đoạn liên tiếp $a_l, a_{l+1}, \ldots, a_r$ được gọi là **đoạn đại diện** nếu trung bình cộng của các phần tử trong đoạn bằng trung bình cộng của toàn bộ dãy, tức là

$$\frac{a_l + a_{l+1} + \cdots + a_r}{r - l + 1} = \frac{a_1 + a_2 + \cdots + a_n}{n}$$

Hãy xác định độ dài nhỏ nhất của một đoạn đại diện.

Đoạn gồm toàn bộ dãy luôn là một đoạn đại diện, vì vậy đáp án luôn tồn tại.

Dữ liệu vào:

- Dòng đầu tiên chứa số nguyên dương n.
- Dòng thứ hai chứa n số nguyên không âm $a_1, a_2, \ldots, a_n$.

Dữ liệu ra: In ra một số nguyên duy nhất là độ dài nhỏ nhất của một đoạn đại diện.

Ràng buộc: $1 \le n \le 2 \cdot 10^5$, $0 \le a_i \le 10^6$.

Ví dụ:

INPUT	OUTPUT	Giải thích
4 1 4 2 5	2	Trung bình cộng của toàn bộ dãy bằng 3. Đoạn gồm hai phần tử 4,2 cũng có trung bình cộng bằng 3. Không có đoạn gồm một phần tử nào thỏa mãn.
5 2 5 1 4 3	1	Phần tử cuối cùng có giá trị bằng trung bình cộng của toàn bộ dãy.
2 1 2	2	Không có đoạn gồm một phần tử nào có trung bình cộng bằng $\frac{3}{2}$, vì vậy đoạn đại diện ngắn nhất là toàn bộ dãy.

Subtask:

- Subtask 1 (20% điểm): $n \le 500$.
- Subtask 2 (20% điểm): $a_1 + a_2 + \cdots + a_n$ chia hết cho n.
- Subtask 3 (60% điểm): Không có ràng buộc bổ sung.

Câu 2. Ba trạm bao tâm (5 điểm) Tên tệp chương trình: CAU2.*

Một khu vực nghiên cứu có dạng một đa giác đều gồm n đỉnh. Tại mỗi đỉnh đặt một trạm quan sát; các trạm được đánh số từ 1 đến n theo chiều kim đồng hồ. Số n luôn là một số lẻ.

Trạm thứ i có a_i thiết bị quan sát phân biệt. Một trạm có thể không có thiết bị.

Cần chọn đúng ba thiết bị thuộc ba trạm đôi một khác nhau. Ba trạm được chọn tạo thành một tam giác.

Một cách chọn được xem là hợp lệ nếu tâm của đa giác nằm **hoàn toàn bên trong tam giác.** Trường hợp tâm nằm trên một cạnh hoặc trùng với một đỉnh của tam giác không được tính.

Hai cách chọn được xem là khác nhau nếu có ít nhất một thiết bị được chọn khác nhau.

Hãy tính số cách chọn hợp lệ. Vì kết quả có thể rất lớn, hãy in kết quả theo modulo $10^9 + 7$.

Dữ liệu vào:

- Dòng đầu tiên chứa số nguyên lẻ n, là số trạm quan sát.
- Dòng thứ hai chứa n số nguyên không âm $a_1, a_2, \ldots, a_n$, trong đó a_i là số thiết bị trạm thứ i.

Dữ liệu ra: In ra một số nguyên duy nhất là số cách chọn hợp lệ, lấy theo modulo $10^9 + 7$.

Ràng buộc: $3 \le n \le 2 \cdot 10^5$, n là số lẻ, $0 \le a_i \le 10^9$.

Ví dụ:

INPUT	OUTPUT	Giải thích
3 2 3 4	24	Ba trạm tạo thành chính tam giác đều ban đầu và tam giác này chứa tâm đa giác. Có $2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$ cách chọn một thiết bị từ mỗi trạm.
5 1 1 1 1 1	5	Mỗi trạm chỉ có một thiết bị. Có đúng 5 bộ ba trạm tạo thành tam giác chứa tâm ngũ giác.
5 2 1 1 1 1	8	Trong 5 bộ ba trạm tạo thành tam giác chứa tâm, có 3 bộ ba chứa trạm thứ nhất và 2 bộ ba không chứa trạm thứ nhất. Vì vậy số cách chọn là $3 \cdot 2 + 2 = 8$.

Subtask:

- Subtask 1 (20% điểm): $n \le 300$.
- Subtask 2 (20% điểm): $a_i \in \{0,1\}$ với mọi $1 \le i \le n$.
- Subtask 3 (20% điểm): $n \le 3000$.
- Subtask 4 (40% điểm): Không có ràng buộc bổ sung.

Câu 3. Hiệu chỉnh (5 điểm) Tên tệp chương trình: CAU3.*

Một dây chuyền có n thiết bị được xếp thành một hàng, đánh số từ 1 đến n theo thứ tự từ trái sang phải. Thiết bị thứ i có hai thông số: kiểu thiết bị c_i và mức sai lệch a_i.

Cần hiệu chỉnh và đưa toàn bộ thiết bị ra khỏi dây chuyền. Mỗi thao tác được thực hiện theo một trong hai cách:

- Chọn một thiết bị đang còn trên dây chuyền, hiệu chỉnh riêng thiết bị đó với chi phí a_i, rồi đưa nó ra khỏi dây chuyền;
- Chọn hai thiết bị đang đứng kề nhau và có cùng kiểu. Có thể hiệu chỉnh đồng thời hai thiết bị với chi phí $|a_i - a_j|$, rồi đưa cả hai ra khỏi dây chuyền.

Sau mỗi thao tác, các thiết bị còn lại được dồn lại thành một hàng và giữ nguyên thứ tự tương đối ban đầu.

Hãy xác định tổng chi phí nhỏ nhất để đưa toàn bộ thiết bị ra khỏi dây chuyền.

Dữ liệu vào:

- Dòng đầu tiên chứa số nguyên n.
- Dòng thứ hai chứa n số nguyên $c_1, c_2, \ldots, c_n$.
- Dòng thứ ba chứa n số nguyên $a_1, a_2, \ldots, a_n$.

Dữ liệu ra: In ra một số nguyên là tổng chi phí nhỏ nhất.

Ràng buộc: $1 \le n \le 450, 1 \le c_i \le n, 1 \le a_i \le 10^9$.

Ví dụ:

INPUT	OUTPUT	Giải thích
3 1 1 2 5 2 4	7	Hiệu chỉnh đồng thời hai thiết bị đầu tiên. Hai thiết bị này đứng kề nhau, cùng có kiểu 1, nên chi phí là: $\|5-2\| = 3$ Sau đó hiệu chỉnh riêng thiết bị còn lại với chi phí 4. Tổng chi phí là: $3 + 4 = 7$ Không có cách thực hiện nào có tổng chi phí nhỏ hơn.
4 1 2 1 2 100 1 100 1	2	Ban đầu, thiết bị thứ 2 được hiệu chỉnh riêng với chi phí 1 rồi đưa ra khỏi dây chuyền. Khi đó, hai thiết bị ban đầu ở vị trí 1 và 3 trở nên kề nhau. Chúng cùng có kiểu 1, nên có thể được hiệu chỉnh đồng thời với chi phí: $\|100-100\| = 0$ Cuối cùng, hiệu chỉnh riêng thiết bị còn lại với chi phí 1. Tổng chi phí nhỏ nhất là: $1 + 0 + 1 = 2$

Subtask:

- Subtask 1 (10%): $c_1 = c_2 = \cdots = c_n$ và $a_1 = a_2 = \cdots = a_n$.
- Subtask 2 (20%): $n \le 16$.
- Subtask 3 (30%): Mỗi kiểu thiết bị xuất hiện không quá hai lần.
- Subtask 4 (40%): Không có ràng buộc bổ sung.

Câu 4. Tuyến tuần tra (5 điểm) Tên tệp chương trình: CAU4.*

Một khu vực có n vị trí, được đánh số từ 1 đến n, và $n-1$ con đường hai chiều nối các vị trí. Mỗi con đường có một độ dài dương. Từ một vị trí bất kỳ luôn có thể đi đến mọi vị trí khác và giữa hai vị trí chỉ có duy nhất một đường đi đơn.

Một số vị trí được đánh dấu là **điểm cần kiểm tra**. Ban đầu không có vị trí nào được đánh dấu.

Một **hành trình tuần tra** là một dãy gồm một hoặc nhiều vị trí, trong đó hai vị trí liên tiếp phải được nối trực tiếp bởi một con đường. Một vị trí hoặc một con đường có thể xuất hiện nhiều lần trong hành trình. Độ dài của hành trình là tổng độ dài của các con đường được đi qua, tính cả số lần đi qua mỗi con đường.

Đội tuần tra có thể bắt đầu và kết thúc hành trình tại hai vị trí bất kỳ. Hai vị trí này có thể trùng nhau và không nhất thiết là điểm cần kiểm tra. Hành trình phải qua tất cả các điểm cần kiểm tra.

Có q thao tác. Trong thao tác thứ i, trạng thái của vị trí x_i được thay đổi:

- Nếu x_i chưa là điểm cần kiểm tra, nó trở thành điểm cần kiểm tra;
- Nếu x_i đang là điểm cần kiểm tra, nó không còn là điểm cần kiểm tra.

Sau mỗi thao tác, hãy xác định độ dài nhỏ nhất của một hành trình tuần tra hợp lệ.

Nếu không có điểm cần kiểm tra hoặc chỉ có một điểm cần kiểm tra thì đáp án bằng 0.

Dữ liệu vào:
Dòng đầu tiên chứa hai số nguyên n và q.

Trong $n-1$ dòng tiếp theo, dòng thứ i chứa ba số nguyên u_i, v_i, w_i, cho biết có một con đường hai chiều nối hai vị trí u_i và v_i, có độ dài w_i.

Trong q dòng tiếp theo, dòng thứ i chứa một số nguyên x_i, mô tả thao tác thay đổi trạng thái của vị trí x_i.

Dữ liệu ra:
In ra q dòng. Dòng thứ i chứa một số nguyên là độ dài nhỏ nhất của hành trình tuần tra sau thao tác thứ i.

Ràng buộc: $2 \le n \le 2 \cdot 10^5, 1 \le q \le 2 \cdot 10^5, 1 \le u_i, v_i \le n, 1 \le w_i \le 10^9, 1 \le x_i \le n$. Dữ liệu bảo đảm các con đường tạo thành một cây.

Ví dụ:

INPUT	OUTPUT	Giải thích
6 8 1 2 3 1 3 2 2 4 4 2 5 1 3 6 5 4 6 5 4 2 6 5 2	0 14 16 11 11 1 0 0	Trạng thái các điểm cần kiểm tra và độ dài hành trình tuần tra nhỏ nhất sau từng thao tác như sau: Bật 4: tập điểm cần kiểm tra {4}; chỉ có một điểm nên không cần di chuyển; độ dài 0. Bật 6: tập điểm cần kiểm tra {4,6}; một hành trình tối ưu là 4→2→1→3→6, độ dài $4+3+2+5=14$. Bật 5: tập điểm cần kiểm tra {4,5,6}; một hành trình tối ưu là 4→2→5→2→1→3→6, độ dài $4+1+1+3+2+5=16$. Tắt 4: tập điểm cần kiểm tra {5,6}; một hành trình tối ưu là 5→2→1→3→6, độ dài $1+3+2+5=11$. Bật 2: tập điểm cần kiểm tra {2,5,6}; điểm 2 nằm trên đường đi từ 5 đến 6 nên một hành trình tối ưu vẫn là 5→2→1→3→6, độ dài 11. Tắt 6: tập điểm cần kiểm tra {2,5}; một hành trình tối ưu là 2→5, độ dài 1. Tắt 5: tập điểm cần kiểm tra {2}; chỉ có một điểm nên không cần di chuyển; độ dài 0. Tắt 2: không còn điểm cần kiểm tra nào; không cần di chuyển; độ dài 0. Vì vậy, tám kết quả lần lượt là 0, 14, 16, 11, 11, 1, 0, 0.

Subtask:

- Subtask 1 (10% số điểm): Cây đã cho là một đường đi.
- Subtask 2 (20% số điểm): $n, q \le 300$.
- Subtask 3 (30% số điểm): Mỗi vị trí xuất hiện không quá một lần trong dãy $x_1, x_2, \ldots, x_q$.
- Subtask 4 (40% số điểm): Không có ràng buộc bổ sung.

—HẾT—

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.