

Hạn chế kỹ thuật:

|       | Tên bài             | Tên chương trình | Dữ liệu vào | Kết quả ra  | Thời gian | Bộ nhớ |
|-------|---------------------|------------------|-------------|-------------|-----------|--------|
| Câu 1 | GIÁM SÁT CHIẾN DỊCH | MONITOR.*        | MONITOR.INP | MONITOR.OUT | 1s/Test   | 1024Mb |
| Câu 2 | TRẠM PHỤC VỤ        | STATION.*        | STATION.INP | STATION.OUT | 1s/Test   | 1024Mb |
| Câu 3 | DOMINO              | PLAYDOM.*        | PLAYDOM.INP | PLAYDOM.OUT | 1s/Test   | 1024Mb |

(Dấu \* trong chương trình được thay bởi PY hoặc CPP tùy vào ngôn ngữ sử dụng)

Hãy lập trình giải các bài toán sau:

### Câu 1 (7.0 điểm): GIÁM SÁT CHIẾN DỊCH

Một trung tâm điều phối đang theo dõi một chiến dịch kéo dài  $n$  ngày. Ở ngày thứ  $i$ , mức độ rủi ro dự báo là  $a_i$ . Trung tâm muốn chia toàn bộ chiến dịch thành đúng  $k$  giai đoạn giám sát liên tiếp. Mỗi ngày phải thuộc đúng một giai đoạn và các giai đoạn không được chồng lấn lên nhau.

Nếu một giai đoạn bao phủ các ngày từ  $l$  đến  $r$ , trung tâm phải chuẩn bị nhân lực và thiết bị theo ngày xấu nhất trong giai đoạn đó, nên chi phí của giai đoạn bằng  $\max(a_l, a_{l+1}, \dots, a_r)$ .

**Yêu cầu:** Hãy lập một kế hoạch giám sát sao cho tổng chi phí của tất cả các giai đoạn là nhỏ nhất.

**Dữ liệu:** Vào từ tệp văn bản MONITOR.INP gồm:

- Dòng đầu chứa hai số nguyên  $n, k$  ( $1 \leq k \leq n \leq 4000$ ).
- Dòng thứ hai chứa  $n$  số nguyên dương  $a_1, a_2, \dots, a_n$  ( $1 \leq a_i \leq 10^9$ ).

**Kết quả:** Ghi ra tệp văn bản MONITOR.OUT gồm:

- Một số nguyên là tổng chi phí nhỏ nhất.

**Ràng buộc:**

- Subtask 1 (15%):  $k = 1$ ;
- Subtask 2 (15%):  $k = n$ ;
- Subtask 3 (20%):  $n \leq 200$ ;
- Subtask 4 (50%): Không có ràng buộc gì thêm.

Ví dụ:

| MONITOR.INP      | MONITOR.OUT |
|------------------|-------------|
| 5 2<br>3 1 4 1 5 | 8           |

Giải thích:

- Một phương án tối ưu là chia chiến dịch thành hai giai đoạn  $[1, 2]$  và  $[3, 5]$ .
- Chi phí lần lượt là  $\max(3, 1) = 3$  và  $\max(4, 1, 5) = 5$ , nên tổng chi phí tối thiểu bằng 8.

## Câu 2 (7.0 điểm): TRẠM PHỤC VỤ

Có  $n$  điểm dân cư nằm trên một con đường thẳng, theo thứ tự từ trái sang phải. Điểm thứ  $i$  có tọa độ  $x_i$  và nhu cầu phục vụ  $w_i$ . Cần chia dãy điểm dân cư thành đúng  $K$  nhóm liên tiếp, mỗi nhóm không rỗng. Trong mỗi nhóm phải đặt đúng một trạm tại tọa độ của một điểm dân cư thuộc nhóm đó. Nếu chọn điểm  $j$  làm vị trí đặt trạm thì ngoài chi phí phục vụ, còn phải trả thêm một khoản chi phí mở trạm cố định là  $c_j$ .

Nếu điểm  $i$  được phục vụ bởi trạm đặt tại điểm  $j$ , chi phí là  $w_i \cdot |x_i - x_j|$ .

**Yêu cầu:** Hãy tìm tổng chi phí nhỏ nhất.

**Dữ liệu:** Vào từ tệp văn bản STATION.INP gồm:

- Dòng đầu chứa hai số nguyên  $n, K$ .
- Dòng thứ hai chứa  $n$  số nguyên tăng nghiêm ngặt  $x_1, x_2, \dots, x_n$ .
- Dòng thứ ba chứa  $n$  số nguyên  $w_1, w_2, \dots, w_n$ .
- Dòng thứ tư chứa  $n$  số nguyên  $c_1, c_2, \dots, c_n$ .

**Kết quả:** Ghi ra tệp văn bản STATION.OUT gồm:

- Một số nguyên là tổng chi phí nhỏ nhất.

**Ràng buộc:**

•  $1 \leq K \leq \min(30, n)$ ,  $1 \leq n \leq 20000$ ,  $0 \leq x_1 < x_2 < \dots < x_n \leq 10^5$ ,  $1 \leq w_i \leq 10000$ ,  $0 \leq c_i \leq 10^9$ .

- Subtask 1 (15%):  $n \leq 300$ ;
- Subtask 2 (15%):  $K = 1$ ;
- Subtask 3 (20%):  $c_i = 0$  với mọi  $i$ ;
- Subtask 4 (50%): Không có ràng buộc gì thêm.

Ví dụ:

| STATION.INP                          | STATION.OUT |
|--------------------------------------|-------------|
| 4 2<br>1 4 7 9<br>2 1 3 2<br>5 1 4 2 | 15          |



### Giải thích:

- Một phương án tối ưu là chia sau điểm thứ 2.
- Nhóm [1, 2] đặt trạm tại điểm 2, có chi phí phục vụ 6 và chi phí mở trạm là 1, tổng là 7. Nhóm [3, 4] đặt trạm tại điểm 4, có chi phí phục vụ 6 và chi phí mở trạm là 2, tổng là 8. Tổng chi phí là 15.

### Câu 3 (6.0 điểm): DOMINO

Nam đang bị cuốn vào một trò chơi DOMINO với luật chơi được phát triển từ tính chất của những quân DOMINO ngoài đời thực.

Ban đầu, trò chơi có  $N$  quân DOMINO, quân DOMINO thứ  $i$  có chỉ số đứng vững là  $t_i$ , nghĩa là vào giây thứ  $t_i$  (bắt đầu chơi trò chơi là giây thứ 0) thì quân DOMINO thứ  $i$  này sẽ bị đổ sang phải và chỉ làm đổ quân DOMINO thứ  $i + 1$  ( $i < N$ ) vào giây thứ  $t_i + 1$ . Tất nhiên nếu quân DOMINO thứ  $i + 1$  đã đổ trước đó thì xem như không có gì xảy ra cả.

Ở level đầu tiên của trò chơi, trò chơi yêu cầu Nam đưa ra thời gian ngắn nhất để tất cả các quân DOMINO bị đổ hết. Với  $N = 6$  và các quân DOMINO có chỉ số đứng vững tính từ trái qua phải là [3, 11, 4, 15, 12, 2] thì Nam đã nhanh chóng trả lời được kết quả chính là 6. Giải thích cho kết quả này, Nam nhận xét quân DOMINO thứ 5 sẽ bị đổ sau cùng vì trước đó có quân DOMINO thứ 3 bị đổ ở giây 4, ngay sau đó quân thứ 4 sẽ bị đổ ở giây thứ 5 dẫn đến việc quân thứ 5 sẽ đổ ở giây thứ 6.

Như vậy Nam đã vượt qua level một, vấn đề trở nên phức tạp hơn nhiều khi trò chơi cung cấp cho Nam một giá trị  $D$  chính là số lượng những bức tường chắn đặt vào giữa vị trí hai quân DOMINO liên tiếp.

Khi đặt một bức tường chắn vào giữa hai quân DOMINO  $i$  và  $i + 1$  ( $i < N$ ), vào thời điểm DOMINO thứ  $i$  bị đổ, quân thứ  $i + 1$  sẽ không hề bị ảnh hưởng (do bị cản bởi bức tường chắn), khi đó trò chơi vẫn tính quân DOMINO thứ  $i$  đã bị đổ nhưng sẽ không có bất kì tác động nào đến quân DOMINO thứ  $i + 1$ .

Trò chơi còn cung cấp thêm một giá trị thời gian  $T$  và yêu cầu Nam đưa ra được chiến lược tối ưu để chèn nhiều nhất  $D$  bức tường chắn vào  $N - 1$  vị trí giữa hai quân DOMINO liên tiếp sao cho vào thời điểm  $T$  sẽ có ít quân DOMINO bị đổ nhất. Bắt đầu level này, trò chơi cung cấp 3 con số  $N = 5$ ,  $D = 2$  và  $T = 5$  kèm theo các chỉ số đứng vững  $t_i$  từ trái qua phải là [1, 9, 4, 6, 7]. Nam quyết định chèn một bức tường chắn vào giữa quân thứ 1 và quân thứ 2, một bức tường chắn vào giữa quân thứ 3 và quân thứ 4. Kết quả là tại thời điểm  $T = 5$ , chỉ có 2 quân DOMINO bị đổ đó là quân thứ 1 và quân thứ 3, kết quả này chính xác và đã giúp Nam bước vào vòng trong của level này.

Nhưng đến đây, trò chơi lại liên tục đưa ra những bộ số  $N, D, T$  quá lớn khiến cho Nam không kịp tính toán trong thời gian 1 giây cho phép.

**Yêu cầu:** Bạn hãy viết chương trình giúp Nam thực hiện tính kết quả tối ưu là số quân DOMINO bị đổ ít nhất với  $N, D$  và  $T$  cho trước trong thời gian một giây nhé!

**Dữ liệu:** Vào từ tệp văn bản PLAYDOM.INP gồm:

- Dòng đầu tiên chứa ba số nguyên  $N, D$  và  $T$  lần lượt là: số lượng quân DOMINO, số lượng bức tường chắn và thời điểm mà trò chơi yêu cầu dừng lại.
- Dòng thứ hai gồm  $N$  số nguyên  $t_1, t_2, \dots, t_N$  lần lượt là: các chỉ số đứng vững của  $N$  quân DOMINO đó.

**Kết quả:** Ghi ra tệp văn bản PLAYDOM.OUT gồm:

- Một số nguyên là số lượng quân DOMINO bị đổ ít nhất vào thời gian  $T$ .

**Ràng buộc:**

Trong tất cả các test case có:

- $1 \leq N, D \leq 2 \times 10^6$ ;
- $1 \leq T \leq 10^9$ ;
- $1 \leq t_i \leq 10^9$  với  $\forall i \in [1, N]$ .

Ngoài ra có các subtask sau:

- *Subtask 1 (20%):*  $1 \leq N \leq 500$ ;
- *Subtask 2 (10%):*  $1 \leq N \leq 5 \times 10^5$ ;  $D = 1$ ;
- *Subtask 3 (20%):*  $1 \leq N \leq 4000$ ;
- *Subtask 4 (15%):*  $1 \leq N \leq 75000$ ;  $D \leq 15$ ;
- *Subtask 5 (15%):*  $1 \leq N \leq 75000$ ;
- *Subtask 6 (20%):* Không giới hạn gì thêm.

**Ví dụ:**

| PLAYDOM.INP              | PLAYDOM.OUT |
|--------------------------|-------------|
| 5 2 5<br>1 9 4 6 7       | 2           |
| 5 1 42<br>13 37 47 11 42 | 4           |
| 2 1 10<br>10 9           | 2           |

..... **HẾT** .....

- Thí sinh **KHÔNG** được sử dụng tài liệu.
- Giám thị **KHÔNG** giải thích gì thêm.