

TỔNG QUAN ĐỀ THI

TT	Tên bài	Tên file chương trình	Dữ liệu vào	Kết quả ra	Điểm
Câu 1	Thống kê	CAU1.*	CAU1.INP	CAU1.OUT	4
Câu 2	Tháp đẩy đủ	CAU2.*	CAU2.INP	CAU2.OUT	3
Câu 3	Tính căn	CAU3.*	CAU3.INP	CAU3.OUT	2
Câu 4	Tần số	CAU4.*	CAU4.INP	CAU4.OUT	1

Dấu * được thay thế bằng CPP nếu là ngôn ngữ C++ hoặc PY nếu là ngôn ngữ PYTHON. Các số trên cùng một dòng cách nhau một dấu cách trống.

Hãy lập trình giải các bài toán sau:

Câu 1. Thống kê

Một nhà máy ABC sản xuất hàng hóa theo dây chuyền tự động. Mỗi sản phẩm sau khi hoàn thiện sẽ gán một mã hiệu duy nhất là một số nguyên dương được đánh số liên tiếp từ A đến B theo thứ tự xuất xưởng.

Tuy nhiên, do lỗi phần mềm trong quá khứ, các sản phẩm mà mã hiệu có số lượng ước dương là số lẻ thì có khả năng bị lỗi và cần loại bỏ khỏi danh sách kiểm kê.

Để phục vụ thống kê, kỹ sư trưởng yêu cầu bạn tính xem có bao nhiêu mã hiệu hợp lệ trong đoạn từ A đến B .

Dữ liệu: Vào từ tệp văn bản CAU1.INP một dòng duy nhất chứa hai số nguyên dương A, B ($A \leq B \leq 10^{18}$).

Kết quả: Ghi ra tệp văn bản CAU1.OUT số nguyên duy nhất là số lượng các mã hiệu hợp lệ.

Ví dụ:

CAU1.INP	CAU1.OUT	Giải thích
1 3	2	Số 1 là số có số lượng ước lẻ, 2 mã hiệu hợp lệ là số 2 và số 3.

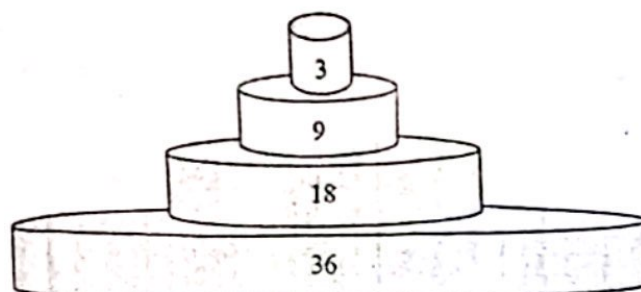
Ràng buộc:

- Có 60% số test ứng với 60% số điểm có $A \leq B \leq 10^3$;
- Có 20% số test ứng với 20% số điểm có $A \leq B \leq 10^6$;
- Có 20% số test ứng với 20% số điểm có $A \leq B \leq 10^{18}$.

Câu 2. Tháp đẩy đủ

Tháp là một chồng gồm các đĩa đồng trục đặt lên nhau sao cho đĩa có đường kính nhỏ luôn nằm trên đĩa có đường kính lớn hơn. Để có được hình dạng cân đối, đường kính các đĩa phải thỏa mãn một số điều kiện cụ thể. Tháp được gọi là tháp ước số nếu mọi đĩa của tháp đều thỏa mãn điều kiện: Đường kính các đĩa đều là số nguyên dương và đường kính đĩa ở trên là ước số của đường kính nằm ngay dưới nó.

Tháp ước được gọi là tháp đầy đủ nếu không thể chèn được thêm đĩa nào vào giữa hai đĩa bất kỳ của tháp mà vẫn thỏa mãn tính chất tháp ước số. Như vậy, với mỗi cặp số nguyên dương (a, b) mà a là ước của b thì một tháp đầy đủ của (a, b) là một chồng đĩa mà đường kính của chúng là dãy số nguyên dương $x_1, x_2, \dots, x_k$ sao cho: $x_1 = a, x_k = b$; với $i = 1, 2, \dots, k-1$ thỏa mãn x_i là ước của x_{i+1} đồng thời không tồn tại số y nào thỏa mãn: $x_i < y < x_{i+1}$; với x_i là ước của y và y là ước của x_{i+1} .



Ví dụ: cặp (3, 36) thì dãy (3, 9, 18, 36) là một tháp đầy đủ; nhưng dãy (3, 12, 36) chưa đủ điều kiện trở thành tháp đầy đủ vì có thể chèn 6 vào giữa 3 và 12 để trở thành dãy (3, 6, 12, 36).

Chiều cao của tháp là số lượng đĩa có trong tháp, trọng số của tháp là tổng đường kính của các đĩa trong tháp: $x_1 + x_2 + \dots + x_k$. Chẳng hạn, cặp số (3, 36), chúng ta có thể tìm được được các tháp đầy đủ là: (3, 9, 18, 36); (3, 6, 12, 36); (3, 6, 18, 36) đều có chiều cao tương ứng là 4 và trọng số lần lượt là 66, 57, 63.

Yêu cầu: Cho cặp (a, b) tìm chiều cao và trọng số của của tháp đầy đủ có trọng số nhỏ nhất.

Dữ liệu: Vào từ tệp văn bản CAU2.INP một dòng chứa hai số nguyên dương a và b.

Kết quả: Ghi ra tệp văn bản CAU2.OUT

- Ghi số -1 nếu không thể tìm được tháp đầy đủ tương ứng với cặp (a, b);
- Trong trường hợp ngược lại ghi ra một dòng gồm chiều cao và trọng số của tháp đầy đủ có trọng số nhỏ nhất.

Ví dụ:

CAU2.INP	CAU2.OUT
3 36	4 57

Ràng buộc:

- Có 40% số test ứng với 40% số điểm có $a < b \leq 4 \cdot a \leq 10^{18}$;
- Có 30% số test ứng với 30% số điểm có $1 \leq a < b \leq 10^5$;
- Có 30% số test ứng với 30% số điểm có $1 \leq a < b \leq 10^{12}$.

Câu 3. Tính căn

Thành là một học sinh giỏi Toán. Vì vậy những kiến thức cơ bản trong toán học như tính giai thừa, tìm ước số, khai căn, ... đối với cậu là các bài toán dễ. Nhưng hôm nay Thành nhận được bài toán là “tìm ước số lớn nhất của $N!$ sao cho căn bậc ba của nó là một số nguyên” và Thành cũng không phải mất nhiều thời gian để đưa ra kết quả. Để kiểm tra kết quả của Thành đưa ra có đúng hay không? Bạn hãy viết chương trình giải bài toán trên để so sánh với kết quả mà Thành đưa ra.

Dữ liệu: Vào từ tệp văn bản CAU3.INP gồm:

- Dòng đầu chứa số nguyên dương $T \leq 10$ (là số lượng bài toán);
- T dòng sau, mỗi dòng chứa một số nguyên dương N thể hiện câu hỏi tương ứng ($N \leq 10^5$).

Kết quả: Ghi ra tệp văn bản CAU3.OUT gồm T dòng, mỗi dòng là câu trả lời cho câu hỏi tương ứng. Vì kết quả có thể rất lớn nên các bạn chỉ cần đưa ra phần dư của nó khi chia cho $10^9 + 7$.

Ví dụ:

CAU3.INP	CAU3.OUT	Giải thích
2 1 4	1 8	Ta có $T=2$ (tương ứng với 2 bài toán): Bài toán 1 có giá trị $N=1$: Vì $1!=1$ nên ước số lớn nhất có căn bậc ba là số nguyên cũng bằng 1; Bài toán 2 có giá trị $N=4$: Vì $4!=24$. Trong các ước số của 24 thì số 8 là ước số lớn nhất có căn bậc ba là số nguyên (căn bậc ba của 8 bằng 2).

Ràng buộc:

- Có 60% số test ứng với 60% số điểm có $1 < N \leq 20$;
- Có 40% số test ứng với 40% số điểm với các trường hợp còn lại.

Câu 4. Tần số

Cho một xâu kí tự S chỉ gồm các chữ cái la tinh in thường từ 'a', ..., 'z'. Một xâu con X (gồm các kí tự ở vị trí liên tiếp) của S được gọi là một xâu có tần số xuất hiện cao nếu trong xâu X có một kí tự bất kỳ nào đó mà số lần xuất hiện của kí tự đó nhiều hơn tổng số lần xuất hiện của các ký tự còn lại trong xâu X .

Ví dụ: Xâu $S = \text{"abbbabced"}$, xâu con $X = \text{"abbbabc"}$ là một xâu có tần số xuất hiện cao, vì có kí tự "b" xuất hiện 4 lần, tổng số lần xuất hiện các kí tự còn lại bằng 3 ('a' xuất hiện 2 lần, 'c' xuất hiện 1 lần). Nếu $X = \text{"abbbabce"}$, kí tự 'b' xuất hiện nhiều lần nhất là 4 lần và tổng số lần xuất hiện của các kí tự còn lại bằng 4 ('a' xuất hiện 2 lần, 'c' xuất hiện 1 lần, 'e' xuất hiện 1 lần); Do vậy xâu $X = \text{"abbbabce"}$ không phải là một xâu có tần số xuất hiện cao.

Yêu cầu: Tìm xâu con X (gồm các kí tự ở vị trí liên tiếp) của S là một xâu có tần số xuất hiện cao và độ dài lớn nhất.

Dữ liệu: Vào từ tệp văn bản CAU4.INP gồm một xâu S chỉ gồm các kí tự chữ cái la tinh in thường và có độ dài không lớn hơn $2 \cdot 10^5$.

Kết quả: Ghi ra tệp văn bản CAU4.OUT một số nguyên duy nhất là độ dài của xâu X tìm được.

Ví dụ:

CAU4.INP	CAU4.OUT	Giải thích
aaa	3	Ta có thể chọn xâu X thỏa mãn là "aaa"
ababab	5	Ta có thể chọn xâu X thỏa mãn là: $X = \text{"ababa"}$ vì kí tự 'a' xuất hiện 3 lần, số kí tự còn lại là 2 hoặc $X = \text{"babab"}$ vì kí tự 'b' xuất hiện 3 lần, số các kí tự còn lại là 2

Ràng buộc:

- Có 30% số test ứng với 30% số điểm thỏa mãn: Xâu S chỉ gồm các kí tự thuộc tập 3 kí tự $\{ 'a', 'b', 'c' \}$ và có độ dài S không quá $2 \cdot 10^3$;
- Có 30% số test ứng với 30% số điểm thỏa mãn: Xâu S chỉ gồm các kí tự chữ cái la tinh in thường có độ dài xâu S không quá $2 \cdot 10^3$;
- Có 40% số test ứng với 40% số điểm thỏa mãn: Xâu S chỉ gồm các kí tự chữ cái la tinh in thường có độ dài xâu S không quá $2 \cdot 10^5$.

----- HẾT -----

Họ và tên thí sinh: Phạm Thị Đạt

SBD: 861022

Chữ ký giám thị coi thi 1: [Chữ ký]

Chữ ký giám thị coi thi 2: [Chữ ký]