

TỔNG QUAN BÀI THI

	Tên bài	File chương trình	File dữ liệu vào	File dữ liệu ra
Bài 1	Phần tử quan trọng (7 điểm)	CRITICAL.*	CRITICAL.INP	CRITICAL.OUT
Bài 2	Trò chơi của các con số (7 điểm)	NUMBERS.*	NUMBERS.INP	NUMBERS.OUT
Bài 3	Tổng ước chung lớn nhất (6 điểm)	GCD.*	GCD.INP	GCD.OUT

*Dấu * được thay thế bởi PAS/CPP/PY của ngôn ngữ lập trình được sử dụng tương ứng là Pascal/C++/Python.*

Hãy lập trình giải các bài toán sau:

Bài 1. Phần tử quan trọng (7 điểm)

Cho một tập hợp số tự nhiên $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ gồm n phần tử, các phần tử có thể đôi một bằng nhau.

Ta nói rằng **tập A có thể dựng được số S** khi và chỉ khi tồn tại một hoặc một vài phần tử trong A sao cho tổng của chúng bằng S . Nói cách khác, tập A có thể dựng được số S khi và chỉ khi tồn tại một dãy chỉ số $1 \leq i_1 < i_2 < \dots < i_k \leq n$ sao cho $a_{i_1} + a_{i_2} + \dots + a_{i_k} = S$.

Nhận thấy rằng, có thể có các phần tử trong tập hợp A có tính chất quan trọng trong việc dựng nên số S , nghĩa là khi loại bỏ phần tử đó ra khỏi tập A , tập hợp thu được không thể dựng được số S . Ta gọi một phần tử $x \in A$ là **quan trọng** khi và chỉ khi:

- A dựng được số S ; và
- $A - \{x\}$ không dựng được số S

Với mỗi phần tử a_i ($1 \leq i \leq n$), bạn hãy xác định xem nó có phải là phần tử **quan trọng** hay không.

Dữ liệu: nhập từ file văn bản **CRITICAL.INP** gồm:

- Dòng 1: Gồm hai số nguyên dương N, S
- Dòng 2: Gồm N số nguyên dương mô tả tập hợp A

Kết quả: xuất ra file văn bản **CRITICAL.OUT** gồm n dòng, mỗi dòng thứ i là **YES** (nếu a_i là phần tử quan trọng) hoặc **NO** (nếu a_i không là phần tử quan trọng).

Ràng buộc:

- $1 \leq N \leq 3000$
- $1 \leq a_i \leq S \leq 3000$
- Có 28% số test ứng với 28% số điểm thoả mãn: $N \leq 15$
- Có 32% số test ứng với 32% số điểm thoả mãn: $N \leq 100$
- 40% số test còn lại ứng với 40% số điểm *không có ràng buộc gì thêm*.

Ví dụ:

CRITICAL.INP	CRITICAL.OUT	Giải thích
4 10 4 5 6 6	YES NO NO NO	Từ các số đã cho, chỉ có thể dựng số 10 từ 4 và 6. Vì $a_3 = a_4 = 6$, ta có thể loại số này để lấy số kia. Nói cách khác, vì $\mathbf{a_1 + a_3 = a_1 + a_4 = 10}$ nên chỉ có $\mathbf{a_1}$ là phần tử quan trọng.
9 40 1 2 3 4 5 6 7 8 9	NO NO NO NO NO YES	

	YES	
	YES	
	YES	

Bài 2. Trò chơi của các con số (7 điểm)

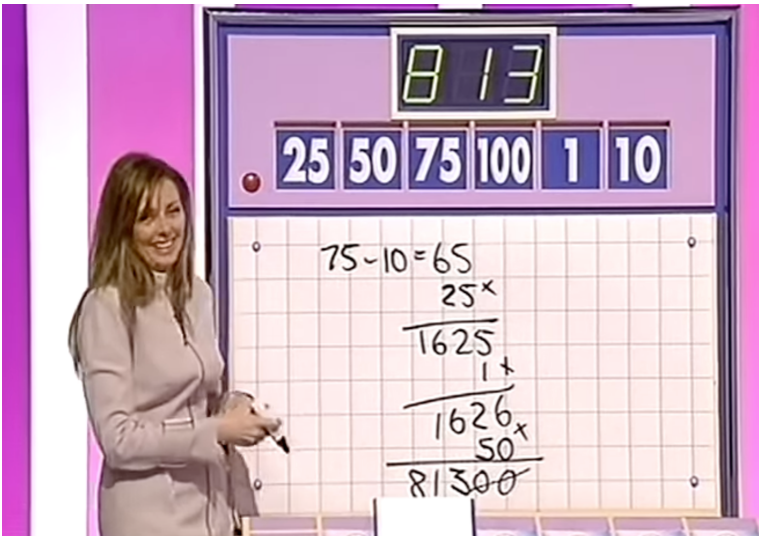
Countdown là trò chơi truyền hình nổi tiếng của nước Anh từ những năm 1980. Trò chơi yêu cầu người chơi giải quyết các câu đố trước áp lực của đồng hồ đếm ngược (*Countdown timer*). Có hai loại câu đố thường xuất hiện trên chương trình, câu đố về chữ cái và câu đố về con số. Ở bài toán này ta tìm hiểu về loại câu đố về các con số. *Trò chơi mô tả như sau:*

Người chơi chọn ngẫu nhiên 6 thẻ, ghi trên mỗi thẻ là một con số. Có hai loại thẻ bài, loại thẻ bài số nhỏ $1, 2, \dots, 10$, mỗi thẻ có thể xuất hiện với số lần tùy ý, và loại thẻ bài số lớn $25, 50, 75, 100$, **mỗi thẻ chỉ xuất hiện tối đa một lần**. Máy tính sau đó sẽ chọn ra ngẫu nhiên một con số gồm tối đa ba chữ số. Gọi số đó là T ($1 \leq T \leq 999$). Nhiệm vụ của người chơi là sử dụng các phép toán cơ bản (cộng, trừ, nhân, chia) để tạo ra được số X , sử dụng mỗi thẻ được cho nhiều nhất một lần.

Mô tả cụ thể hơn, người chơi được cho trước một tập hợp $A = \{a_1, a_2, \dots, a_6\}$ gồm các thẻ đã chọn và số X . Tại mỗi thao tác:

- Người chơi lựa chọn hai thẻ $x, y \in A$ bất kỳ và lấy chúng ra khỏi tập hợp A . Lưu ý x và y phải là hai thẻ khác nhau, mặc dù chúng có thể ghi cùng một giá trị.
- Người chơi sử dụng một phép toán $\circ \in \{+, -, \times, \div\}$ để tính ra số $z = x \circ y$. Ghi trên giấy một dòng có dạng $x \circ y = z$.
- Nếu $z = T$, hoàn thành phần chơi.
- Nếu $z \neq T$, thêm z vào A và quay trở lại bước đầu tiên. Lưu ý sau bước này, kích thước tập hợp A đã giảm đi 1 so với trước khi thực hiện bước đầu tiên.
- Lặp lại cho đến khi nào dựng được số T hoặc $|A| = 1$.

Đối với các phép toán được thực hiện, lưu ý rằng kết quả của phép toán phải là số **nguyên dương**. Do đó các phép toán như $3 - 7$ hoặc $7 / 2$ hoặc $7 / 0$ là không hợp lệ.

	Đây là một trò chơi mẫu đã phát sóng trên truyền hình. Lời giải ghi trên bảng ở hình bên có thể được viết lại như sau: $75 - 10 = 65$ $65 * 25 = 1625$ $1625 + 1 = 1626$ $1626 * 50 = 81300$ $81300 / 100 = 813$ Lời giải này gồm 5 dòng. Không lời giải nào có số dòng ít hơn lời giải trên.
---	---

Nhiệm vụ của bạn là lập trình thuật toán để giải quyết trò chơi trên: Cho 6 số $a_1, a_2, \dots, a_6$, hãy tìm một dãy các phép tính theo luật như trên để dựng được một số T cho trước, **sử dụng ít phép tính nhất có thể**.

Để tăng độ khó cho bài toán, với cùng bộ số trên, bạn sẽ phải tìm cách dựng tối ưu nhất cho nhiều số mục tiêu $t_1, t_2, \dots, t_m$.

Dữ liệu: nhập từ file văn bản **NUMBERS.INP** gồm:

- Dòng 1: Gồm 6 số nguyên dương $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$.
- Dòng 2: Gồm số nguyên dương m .
- Dòng $3 \rightarrow m + 2$: mỗi dòng chứa số nguyên dương t_j mô tả con số mục tiêu thứ j .

Kết quả: xuất ra file văn bản **NUMBERS.OUT** gồm m nhóm dòng, nhóm dòng thứ j in ra dãy phép tính để dựng số thứ j như sau:

- Nếu không tồn tại dãy phép tính để dựng được số t_j , in ra -1

- Ngược lại:
 - In ra k là số phép tính trong dãy phép tính
 - k dòng tiếp theo, mỗi dòng mô tả một phép tính theo định dạng $x \circ y = z$
- Giữa hai nhóm dòng cho hai truy vấn, in ra một dòng trắng

Ràng buộc:

- $a_1 \geq a_2 \geq a_3 \geq a_4 \geq a_5 \geq a_6$
- $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6 \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 25, 50, 75, 100\}$
- Các số 25, 50, 75, 100 chỉ xuất hiện tối đa một lần
- $1 \leq t_j \leq 999$
- Có 20% số test ứng với 20% số điểm thoả mãn: $m = 9, a_1 \leq 10$
- Có 20% số test ứng với 20% số điểm thoả mãn: $m = 9, a_1 > 10 \geq a_2$
- Có 20% số test ứng với 20% số điểm thoả mãn: $m = 9, a_2 > 10 \geq a_3$
- Có 20% số test ứng với 20% số điểm thoả mãn: $m = 9$
- Có 20% số test ứng với 20% số điểm thoả mãn: $m = 900$

Ví dụ:

NUMBERS.INP	NUMBERS.OUT	NUMBERS.INP	NUMBERS.OUT
100 75 50 25 10 1	5	50 25 6 5 3 3	3
4	$75 - 10 = 65$	4	$50 * 6 = 300$
813	$65 * 25 = 1625$	299	$3 / 3 = 1$
814	$1625 + 1 = 1626$	301	$300 - 1 = 299$
815	$1626 * 50 = 81300$	303	
816	$81300 / 100 = 813$	305	3
	5		$50 * 6 = 300$
	$100 / 25 = 4$		$3 / 3 = 1$
	$75 + 1 = 76$		$300 + 1 = 301$
	$76 * 10 = 760$		2
	$760 + 50 = 810$		$50 * 6 = 300$
	$4 + 810 = 814$		$300 + 3 = 303$

	4 $25 + 50 = 75$ $75 - 1 = 74$ $74 * 10 = 740$ $740 + 75 = 815$ -1		2 $50 * 6 = 300$ $300 + 5 = 305$
--	---	--	--

Bài 3. Tổng ước chung lớn nhất (6 điểm)

Cho một dãy gồm N số nguyên dương $A_1, A_2, \dots, A_N$. Mỗi số hạng A_i trong dãy được gán một giá trị màu tương ứng là B_i . Ta định nghĩa **tổng liên kết** của dãy số A là tổng của các ước chung lớn nhất của các cặp giá trị (A_i, A_j) có cùng màu, tức thoả mãn $B_i = B_j$. Ví dụ: Dãy $A = (4, 3, 6, 2, 4)$ có dãy màu tương ứng là $B = (1, 1, 2, 2, 1)$. Các cặp số cùng màu là

- $(1, 2), \gcd\{a_1, a_2\} = 1$
- $(1, 5), \gcd\{a_1, a_5\} = 4$
- $(2, 5), \gcd\{a_2, a_5\} = 1$
- $(3, 4), \gcd\{a_3, a_4\} = 2$

Do đó **tổng liên kết** của dãy A là $1 + 4 + 1 + 2 = 8$.

Bạn được cho dãy số hạng A và dãy màu B tương ứng. Bạn cần thực hiện Q truy vấn, mỗi truy vấn gồm hai số nguyên dương p_j và t_j mô tả thao tác gán màu t_j cho số hạng ở vị trí p_j . Bạn hãy cập nhật **tổng liên kết** của dãy A , trước khi thực hiện truy vấn thứ nhất, và sau mỗi lần thực hiện Q truy vấn.

Dữ liệu: nhập từ file văn bản **GCD.INP** gồm:

- Dòng 1: Chứa hai số nguyên N và Q
- Dòng 2: Chứa N số nguyên dương $A_1, A_2, \dots, A_N$

- Dòng 3: Chứa N số nguyên dương $B_1, B_2, \dots, B_N$
- Dòng 4 $\rightarrow Q + 3$: Mỗi dòng chứa hai số nguyên p_j và t_j , thể hiện thao tác cập nhật $B_{p_j} = t_j$.

Kết quả: xuất ra file văn bản **GCD.OUT** gồm $Q + 1$ dòng:

- Dòng 1: Một số nguyên là tổng liên kết của n số khi chưa biến đổi.
- Dòng 2 $\rightarrow Q + 1$: Mỗi dòng chứa một số nguyên là tổng liên kết của n số sau một phép biến đổi.

Ví dụ:

GCD.INP	GCD.OUT
5 3	8
4 3 6 2 4	7
1 1 2 2 1	11
1 2	6
2 2	
2 3	

Ràng buộc:

- $1 \leq N, Q \leq 2 \cdot 10^5$
- $1 \leq A_i \leq 3 \cdot 10^5; 1 \leq B_i \leq N$
- Có 16% số test ứng với 16% số điểm thoả mãn: $N \leq 10$
- Có 12% số test ứng với 12% số điểm thoả mãn: $1 \leq A_i \leq 100$
- Có 16% số test ứng với 16% số điểm thoả mãn: $N \leq 10^3$
- Có 20% số test ứng với 20% số điểm thoả mãn: $N \leq 10^5$
- 36% số test còn lại ứng với 36% số điểm *không có ràng buộc gì thêm*

---- HẾT ----