

# Đề Thi Thử VOI2024 Ngày 2

Thời gian làm bài: 180 phút

## TỔNG QUAN ĐỀ THI

Tên bài	Tên chương trình	Dữ liệu đầu vào	Kết quả đầu ra	Số điểm
Bài 4. Công ty truyền thông	COMCAT.*	COMCAT.INP	COMCAT.OUT	7 điểm
Bài 5. Chiến tranh lạnh	COLDWAR.*	COLDWAR.INP	COLDWAR.OUT	7 điểm
Bài 6. Truy vấn trên dãy số	LQUERY.*	LQUERY.INP	LQUERY.OUT	6 điểm

Dấu \* được thay thế bởi pas hoặc cpp của ngôn ngữ lập trình tương ứng là Pascal và C++.

Hãy lập trình giải các bài toán sau:

### Bài 4. Công ty truyền thông – COMCAT

Comcat là công ty truyền thông lâu đời nhất và sở hữu thị phần lớn nhất trên hành tinh X hiện nay. Quang, chủ tịch của công ty Comcat, quyết định sẽ mở rộng thị trường đến thành phố Y, một thành phố có những tiến bộ vượt bậc về công nghệ và kỹ thuật trong những năm gần đây.

Công ty Comcat đã lắp đặt một mạng lưới gồm  $n$  trạm phát sóng được đánh số từ 1 đến  $n$ . Các trạm phát sóng này được kết nối với nhau bằng  $n - 1$  dây dẫn trực tiếp, đường dây dẫn thứ  $i$  nối giữa trạm phát số  $u_i$  và  $v_i$ . Hai trạm phát sóng bất kì đều được kết nối với nhau thông qua một hoặc một số đường dây dẫn trực tiếp.

Để đưa mạng lưới trạm phát sóng trên đi vào hoạt động, công ty cần thiết lập cho mỗi đường dây dẫn một tần số (là một số nguyên không âm) nhất định. Ngoài ra, để tránh tình trạng nhiễu loạn tín hiệu, cần đảm bảo không có hai đường dây dẫn nào có tần số giống nhau.

Khi đó, băng thông giữa hai trạm phát sóng  $u$  và  $v$  được tính bằng giá trị MEX của dãy tần số các đường dây dẫn nằm trên đường đi giữa  $u$  và  $v$ . Giá trị MEX của một dãy được định nghĩa là số nguyên không âm nhỏ nhất không nằm trong dãy đó. Ví dụ:

- Giá trị MEX của dãy  $[0, 1, 3, 4]$  là 2
- Giá trị MEX của dãy  $[0, 1, 2]$  là 3
- Giá trị MEX của dãy  $[1, 10]$  là 0.

Quang mong muốn thiết lập tần số cho các trạm phát sóng sao cho tổng giá trị băng thông giữa các cặp trạm phát sóng là lớn nhất có thể. Cụ thể, gọi  $f(u, v)$  là băng thông giữa hai trạm phát sóng  $u$  và  $v$ . Quang cần tối đa hóa giá trị  $S$  sau:

$$S = \sum_{1 \leq u < v \leq n} f(u, v)$$

**Yêu cầu:** Hãy giúp Quang tìm giá trị  $S$  lớn nhất có thể đạt được.

#### Dữ liệu

- Dòng đầu tiên sẽ chứa số nguyên dương  $n$  ( $2 \leq n \leq 3000$ ) là số trạm phát sóng.

- $n - 1$  dòng tiếp theo, dòng thứ  $i$  gồm hai số nguyên  $u_i$  và  $v_i$  ( $1 \leq u, v \leq n, u_i \neq v_i$ ) mô tả đường dây dẫn trực tiếp nối giữa hai trạm phát sóng  $u_i$  và  $v_i$ .

Dữ liệu vào đảm bảo giữa hai trạm phát sóng bất kì có đúng một đường đi trực tiếp từ trạm này đến trạm kia.

### Kết quả

In ra một số nguyên duy nhất là tổng giá trị bằng thông lớn nhất có thể.

### Ví dụ

COMCAT . INP	COMCAT . OUT
3 1 2 2 3	3
5 1 2 2 3 3 4 3 5	10
2 1 2	1

### Giải thích

Hình vẽ bên dưới minh họa một cách gán tần số đạt giá trị  $S$  tối đa cho ví dụ thứ nhất. Với cách gán này,  $f(1, 2) = 0$ ,  $f(1, 3) = 2$  và  $f(2, 3) = 1$ . Do đó,  $S = 0 + 2 + 1 = 3$ .



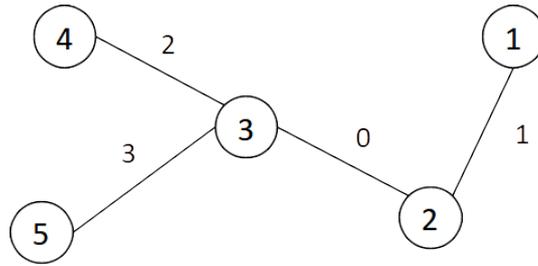
Hình vẽ bên dưới minh họa một cách gán tần số đạt giá trị  $S$  tối đa cho ví dụ thứ hai. Với cách gán này, các giá trị  $f(u, v)$  khác 0 được liệt kê:

- $f(1, 3) = 2$
- $f(1, 4) = 3$
- $f(1, 5) = 2$
- $f(2, 3) = 1$
- $f(2, 4) = 1$
- $f(2, 5) = 1$

Do đó,  $S = 2 + 3 + 2 + 1 + 1 + 1 = 10$ .

### Ràng buộc

- Có 20% số điểm thỏa:  $u_i = i, v_i = i + 1$  (mạng lưới trạm phát sóng có dạng đường thẳng).
- 20% số điểm tiếp theo thỏa:  $n \leq 8$



- 30% số điểm tiếp theo thỏa:  $n \leq 80$
- 30% số điểm còn lại không có giới hạn gì thêm.

## Bài 5. Chiến tranh lạnh — COLDWAR

Vào thế kỉ XXII, cuộc chiến tranh lạnh giữa hành tinh X và hành tinh Y đang diễn ra. Quốc vương của cả hai hành tinh đều đang ráo riết chạy đua vũ trang và do thám những thông tin của nhau để giành được lợi thế trước đối phương khi cuộc chiến tranh thực sự nổ ra.

Sau khi gửi rất nhiều gián điệp đến do thám, Quốc vương hành tinh Y cuối cùng cũng đã nắm được toàn bộ tình hình mạng lưới giao thông trên hành tinh X. Hành tinh X gồm  $n$  thành phố. Có  $m$  tuyến đường hai chiều, tuyến đường thứ  $i$  nối giữa hai thành phố  $u_i, v_i$  và có độ dài là  $w_i$ . Đồng thời, không có hai tuyến đường nào nối cùng một cặp thành phố.

Đồng thời, Quốc vương hành tinh X cũng đã lên kế hoạch xây dựng lại các tuyến đường trong trường hợp toàn bộ mạng lưới giao thông bị phá hủy bởi cuộc chiến trong tương lai. Một phương án xây dựng  $S$  là một tập con của  $m$  tuyến đường ban đầu, sao cho giữa hai thành phố bất kì vẫn có thể đi được đến nhau nếu chỉ sử dụng các tuyến đường trong tập  $S$ . Chi phí của một phương án xây dựng  $S$  là tổng độ dài của các tuyến đường trong tập  $S$ . Để tiết kiệm chi phí tối đa, Quốc vương hành tinh X sẽ lựa chọn phương án xây dựng có chi phí nhỏ nhất.

Với những thông tin tình báo trên, Bộ chỉ huy đánh giá rằng độ quan trọng của tuyến đường thứ  $i$  là chi phí nhỏ nhất để xây dựng lại mạng lưới giao thông trong trường hợp tuyến đường thứ  $i$  bị tàn phá nặng nề và không thể xây dựng lại. Trong trường hợp không tồn tại phương án xây dựng nếu tuyến đường thứ  $i$  bị tàn phá, Bộ chỉ huy quy ước rằng độ quan trọng của tuyến đường thứ  $i$  là  $-1$  (nhằm kí hiệu rằng đây là thành phố trọng yếu).

Bộ chỉ huy quân sự đã giao cho Quang, một sĩ quan cấp cao, nhiệm vụ tính độ quan trọng của từng tuyến đường trên hành tinh X. Hãy giúp Quang hoàn thành nhiệm vụ được giao.

### Dữ liệu

- Dòng đầu chứa hai số nguyên dương  $n, m$  ( $2 \leq n \leq 150\,000, 1 \leq m \leq 300\,000$ ) là số thành phố và số tuyến đường.
- Dòng thứ  $i$  trong số  $m$  dòng tiếp theo gồm ba số nguyên  $u_i, v_i$  và  $w_i$  ( $1 \leq u_i, v_i \leq n, u_i \neq v_i, 1 \leq w_i \leq 10^6$ ) mô tả tuyến đường thứ  $i$ .

### Kết quả

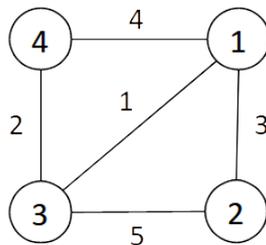
Ghi ra  $m$  dòng, dòng thứ  $i$  gồm một số nguyên là độ quan trọng của tuyến đường thứ  $i$ .

### Ví dụ

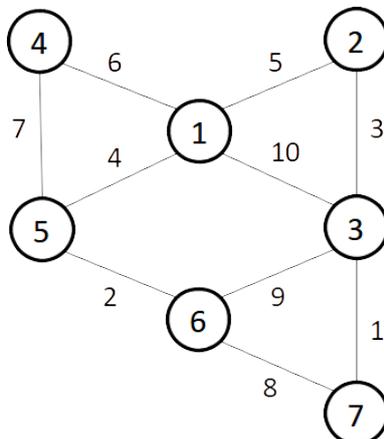
COLDWAR . INP	COLDWAR . OUT
4 5	8
1 2 3	9
1 3 1	6
1 4 4	6
2 3 5	8
3 4 2	
7 10	24
1 2 5	26
1 3 3	21
2 3 10	22
2 4 6	24
2 5 4	21
3 6 9	28
3 7 1	21
4 5 7	27
5 6 2	21
6 7 8	
4 2	-1
1 2 1	-1
3 4 2	

### Giải thích

Hình vẽ bên dưới minh họa ví dụ thứ nhất (số được ghi trên cạnh là độ dài của tuyến đường). Ở ví dụ này, giả sử tuyến đường (1, 3) bị tàn phá thì cách xây dựng có chi phí nhỏ nhất sẽ gồm các tuyến đường (1, 2), (1, 4) và (3, 4). Cách xây dựng này có tổng chi phí  $3 + 4 + 2 = 9$ . Do đó, độ quan trọng của tuyến đường (1, 3) là 9.



Hình vẽ bên dưới minh họa ví dụ thứ hai.



## Ràng buộc

- Có 20% số điểm thỏa:  $n \leq 200, m \leq 500$
- 20% số điểm tiếp theo thỏa:  $m \leq n + 100$
- 30% số điểm tiếp theo thỏa:  $w_i \leq 10$
- 30% số điểm còn lại không có giới hạn gì thêm.

## Bài 6. Truy vấn trên dãy số – LQUERY

Quang có một dãy số nguyên không âm  $a = a_1, a_2, \dots, a_n$ . Cậu sẽ thực hiện  $Q$  truy vấn, mỗi truy vấn thuộc một trong các dạng sau:

- Loại 1: Cho một số nguyên không âm  $x$ , chèn thêm một phần tử có giá trị bằng  $x$  vào cuối dãy  $a$  và tăng giá trị của  $n$  lên một đơn vị;
- Loại 2: Xoá đi một phần tử cuối cùng của dãy  $a$  và giảm giá trị của  $n$  đi một đơn vị;
- Loại 3: Cho một số nguyên không âm  $x$ , gán  $a_i = a_i \wedge x$  với  $i = 1, 2, 3, \dots, n$ ;
- Loại 4: Cho ba số nguyên  $L, H, x$ , tìm  $\max(a_i \wedge x)$  với  $i = L, L + 1, \dots, H$ ;
- Loại 5: Cho ba số nguyên  $L, H, x$ , đếm số lượng phần tử bé hơn hoặc bằng  $x$  trong số các phần tử  $a_L, a_{L+1}, \dots, a_H$ ;
- Loại 6: Cho ba số nguyên  $L, H, k$ , tìm phần tử bé thứ  $k$  trong số các phần tử  $a_L, a_{L+1}, \dots, a_H$ . Cụ thể hơn, đặt  $b_i = a_{i+L-1}$  với  $i = 1, 2, \dots, H - L + 1$ , sắp xếp lại các phần tử của  $b$  theo thứ tự tăng dần và đưa ra phần tử thứ  $k$ .

Phép toán  $\wedge$  được sử dụng trong bài này là phép toán xor.  $x \wedge y$  được tính như sau: Biểu diễn  $x$  và  $y$  dưới dạng nhị phân  $x = x_1x_2 \dots x_k$  và  $y = y_1y_2 \dots y_k$  với  $k$  là số nguyên dương nhỏ nhất thỏa mãn  $2^k > \max(x, y)$ . Tính  $z_i = (x_i + y_i) \% 2$  với  $1 \leq i \leq k$ . Khi đó  $z = z_1z_2 \dots z_k$  chính là kết quả của  $x \wedge y$  được biểu diễn dưới dạng nhị phân.

## Dữ liệu

- Dòng đầu chứa hai số nguyên dương  $n, Q$  ( $n, Q \leq 5 \times 10^5$ );
- Dòng tiếp theo chứa  $n$  số nguyên không âm  $a_1, a_2, \dots, a_n$ ;
- Mỗi dòng trong số  $Q$  dòng tiếp theo mô tả một truy vấn theo định dạng:
  - 1  $x$ : Chèn thêm một phần tử có giá trị bằng  $x$  vào cuối dãy  $a$  và tăng giá trị của  $n$  lên một đơn vị ( $0 \leq x \leq 5 \times 10^5$ );
  - 2: Xoá đi một phần tử cuối cùng của dãy  $a$  và giảm giá trị của  $n$  đi một đơn vị (dữ liệu đảm bảo  $n > 0$  khi thực hiện truy vấn này);
  - 3  $x$ : Gán  $a_i = a_i \wedge x$  với  $i = 1, 2, 3, \dots, n$  ( $0 \leq x \leq 5 \times 10^5$ );
  - 4  $L H x$ : Tìm  $\max(a_i \wedge x)$  với  $i = L, L + 1, \dots, H$  ( $1 \leq L \leq H \leq n, 0 \leq x \leq 5 \times 10^5$ );
  - 5  $L H x$ : Đếm số lượng phần tử bé hơn hoặc bằng  $x$  trong số các phần tử  $a_L, a_{L+1}, \dots, a_H$  ( $1 \leq L \leq H \leq n, 0 \leq x \leq 5 \times 10^5$ );

– 6  $k$ : Tìm phần tử bé thứ  $k$  trong số các phần tử  $a_L, a_{L+1}, \dots, a_H$  ( $1 \leq k \leq H - L + 1$ ).

## Kết quả

Với mỗi truy vấn loại 4, 5 hoặc 6, in ra trên một dòng một số nguyên không âm là kết quả cho truy vấn tương ứng.

## Ví dụ

LQUERY . INP	LQUERY . OUT
4 6	2
2 4 1 2	3
3 2	4
5 1 4 1	
2	
1 3	
6 2 4 2	
4 1 3 2	

## Ràng buộc

- Subtask 1 (4%):  $n, Q \leq 1000$ .
- Subtask 2 (8%): Không có truy vấn loại 3 và  $L = 1, R = n$  trong tất cả các truy vấn loại 4, 5, 6.
- Subtask 3 (12%): Không có truy vấn loại 4 và 6.
- Subtask 4 (24%): Không có truy vấn loại 3.
- Subtask 5 (20%):  $L = 1$  trong tất cả các truy vấn loại 4, 5, 6.
- Subtask 6 (32%): Không có ràng buộc gì thêm.