

Tổng quan về các bài thi trong đề

| TT | Tên bài          | File<br>Chương trình | Điểm |
|----|------------------|----------------------|------|
| 1  | Vượt ải          | RAID.***             | 100  |
| 2  | Tập gần nhất     | NEARSET.***          | 100  |
| 3  | Tổng bình phương | SUMSQ.***            | 100  |
| 4  | Hai cây          | TWOTREE.***          | 100  |

**Chú ý:** Dữ liệu nhập vào và đưa ra file theo yêu cầu.

**Viết chương trình giải các bài toán sau:**

**Bài 1. Vượt ải [RAID]**

Một game thủ cần vượt qua các ải xếp thành vòng tròn đánh số 1 đến  $N$ . Nhân vật ban đầu có chỉ số sức mạnh  $x$ . Để vượt ải thứ  $i$  ( $1 \leq i \leq N$ ) cần sức mạnh hiện tại ít nhất là  $A_i$ ; sau khi vượt ải  $i$ , sức mạnh tăng thêm  $B_i$ .

Game thủ chơi theo chiến lược: chọn một ải xuất phát  $j$  ( $1 \leq j \leq N$ ) rồi vượt lần lượt  $j, j+1, \dots, N$ ; nếu  $j \geq 2$  thì vượt tiếp  $1, 2, \dots, j-1$ .

**Yêu cầu:** với cách chọn  $j$  tốt nhất, hãy tìm sức mạnh ban đầu  $x$  tối thiểu để game thủ vượt được tất cả các ải.

**Dữ liệu:** vào từ file RAID.INP

- Dòng đầu chứa số nguyên dương  $N$  ( $N \leq 5 \cdot 10^5$ )
- Dòng 2 chứa  $N$  số nguyên  $A_1, A_2, A_3, \dots, A_N$
- Dòng 3 chứa  $N$  số nguyên  $B_1, B_2, B_3, \dots, B_N$  ( $0 \leq A_i, B_i \leq 10^9$ )

**Kết quả:** ghi ra file RAID.OUT một số nguyên duy nhất là giá trị  $x$  tối thiểu tìm được.

**Ví dụ:**

| RAID.INP                | RAID.OUT |
|-------------------------|----------|
| 4<br>2 5 2 5<br>1 1 3 2 | 2        |

**Giải thích:** Xuất phát từ vị trí  $j = 3$ . Ban đầu sức mạnh của game thủ là 2, có thể qua ải 3. Khi đó sức mạnh của game thủ tăng thành  $2+3 = 5$ , đủ để vượt qua ải 4. Qua ải 4, sức mạnh của game thủ tăng thành  $5+2=7$ . Game thủ đủ sức vượt qua ải 1. Qua ải 1, sức mạnh của game thủ tăng thành  $7+1=8$ . Đủ sức qua ải 2 và hoàn thành phần chơi.

Nếu xuất phát từ 1, với sức mạnh ban đầu là 2, Game thủ qua được ải 1, với sức mạnh là  $2 + 1 = 3$ . Lúc này sức mạnh không đủ để qua ải 2.

**Subtasks:**

- Subtask 1 (10 điểm):  $N \leq 2000$  và đáp án không vượt quá 10
- Subtask 2 (21 điểm):  $N \leq 2000$
- Subtask 3 (19 điểm): đáp án không vượt quá 10
- Subtask 4 (22 điểm):  $B_i = 1 \forall i = 1, 2, 3, \dots, N$
- Subtaks 5 (28 điểm): không có ràng buộc bổ sung.

## Bài 2. Tập gần nhất[NEARSET]

Cho tập  $A$  gồm  $n$  điểm nguyên nằm trên mặt phẳng tọa độ, điểm thứ  $i$  có tọa độ  $(x_i, y_i)$ .

Tập  $B$  được coi là gần với  $A$  nhất nếu thỏa mãn:

- Các phần tử là các điểm nguyên trên mặt phẳng tọa độ.
- Tổng khoảng cách Manhattan giữa mọi cặp phần tử giữa  $A$  và  $B$  không vượt quá  $k$ :

$$\sum_{b \in B} \sum_{a \in A} |x_b - x_a| + |y_b - y_a| \leq k$$

- Tập  $B$  có nhiều phần tử nhất có thể.

**Yêu cầu:** Hãy đưa ra số lượng phần tử tập  $B$  tìm được.

**Dữ liệu:** vào từ file **NEARSET.INP**

- Dòng đầu tiên chứa 2 số nguyên dương  $n, k$  ( $n \leq 10^5; k \leq 10^6$ )
- $n$  dòng tiếp theo, mỗi dòng chứa 2 số nguyên  $x_i, y_i$  ( $|x_i|, |y_i| \leq 10^5$ ) là tọa độ các điểm thuộc tập  $A$ .

**Kết quả:** ghi ra file **NEARSET.OUT** một số nguyên duy nhất là số lượng phần tử của tập  $B$ .

**Ví dụ:**

| NEARSET.INP        | NEARSET.OUT |
|--------------------|-------------|
| 2 10<br>0 0<br>2 0 | 4           |
| 2 9<br>0 0<br>2 0  | 3           |

**Giải thích:** Trong ví dụ 1, tập  $B$  gồm 4 điểm  $(0,0), (1,0), (2,0), (1,1)$  với tổng khoảng cách là  $2 + 2 + 2 + 4 = 10$ .

Trong ví dụ 2, chỉ có thể chọn tối đa 3 điểm. Có các cách chọn  $\{(0,0), (1,0), (2,0)\}$  với tổng khoảng cách là 6. Hoặc  $\{(0,0), (1,0), (1,1)\}$  với tổng khoảng cách là 8....

**Subtasks:**

- Subtask 1(30 điểm): số test có  $n \leq 10, k \leq 10, |x_i|, |y_i| \leq 10$
- Subtask 2(30 điểm): số test có  $k \leq 1000, |x_i|, |y_i| \leq 1000$
- Subtask 3(40 điểm): số test không có ràng buộc gì thêm.

### Bài 3. Tổng bình phương nhỏ nhất [SUMSQ]

Cho dãy  $C_1, C_2, C_3, \dots, C_N$ , cần chọn các số nguyên không âm  $x_1, x_2, \dots, x_N$  sao cho:

- $x_1 + x_2 + \dots + x_N = D$
- Tổng  $S = x_1^2 \cdot C_1 + x_2^2 \cdot C_2 + \dots + x_N^2 \cdot C_N$  đạt giá trị nhỏ nhất.

**Dữ liệu:** vào từ file văn bản **SUMSQ.INP**:

- Dòng đầu tiên chứa số nguyên  $T$  ( $T \leq 20$ ) là số lượng test.
- Mỗi test gồm hai dòng:
  - o Dòng đầu chứa hai số nguyên  $N$  và  $D$  ( $N \leq 10000; 1 \leq D \leq 10^7$ ).
  - o Dòng tiếp theo chứa  $N$  số nguyên  $C_1, C_2, \dots, C_N$  ( $1 \leq C_i \leq 10000$ ).

**Kết quả:** ghi ra file văn bản **SUMSQ.OUT** gồm  $T$  dòng, dòng thứ  $i$  tổng  $S$  nhỏ nhất tìm được với test thứ  $i$  ( $1 \leq i \leq M$ ).

**Ví dụ:**

| SUMSQ.INP               | SUMSQ.OUT | Giải thích                                                                                                                         |
|-------------------------|-----------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1<br>3 6<br>4 1 9       | 29        | Chọn $x_1 = 1, x_2 = 4, x_3 = 1$ . Khi đó tổng là $1 + 4 + 1 = 6$ , và chi phí là $1^2 \cdot 4 + 4^2 \cdot 1 + 1^2 \cdot 9 = 29$ . |
| 1<br>4 4<br>30 30 30 30 | 120       | Chọn $x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = 1$ . Khi đó tổng là 4, và tổng chi phí là $4 \cdot 1^2 \cdot 30 = 120$ .                             |

**Subtasks:**

- Subtask 1 (20 điểm):  $N \leq 10, D \leq 20$ .
- Subtask 2 (30 điểm):  $N \leq 1000, D \leq 200000$ .
- Subtask 3 (20 điểm):  $C_1 = C_2 = \dots = C_N$ .
- Subtask 4 (30 điểm): Không có ràng buộc gì thêm.

#### Bài 4. Hai cây [TWOTREE]

Cho hai cây (cây xanh và cây tím), mỗi cây gồm  $N$  đỉnh,  $N - 1$  cạnh.

Trọng số các cạnh trong cùng một cây là đôi một khác nhau và nằm trong đoạn  $[1, 2N - 2]$ .

Với mỗi cặp  $(X, Y), X < Y$ :

- $M_g(X, Y)$  là trọng số lớn nhất trên đường đi từ  $X$  đến  $Y$  trong cây xanh.
- $M_p(X, Y)$  là trọng số lớn nhất trên đường đi từ  $X$  đến  $Y$  trong cây tím.

**Yêu cầu:** Với mọi giá trị  $i = 1, 2, 3, \dots, 2N - 2$ , hãy đếm số cặp  $(X, Y)$  sao cho

$$M_g(X, Y) = i \text{ hoặc } M_p(X, Y) = i.$$

Nếu cả hai cùng bằng  $i$ , cặp đó chỉ được tính một lần ( $1 \leq i \leq 2N - 2$ ).

**Dữ liệu:** vào từ file văn bản **TWOTREE.INP**:

- Dòng đầu chứa số nguyên  $N$  ( $N \leq 5 \cdot 10^5$ ).
- $N - 1$  dòng tiếp theo, mỗi dòng chứa  $A, B, C$ , mô tả cạnh xanh nối  $A$  và  $B$  có trọng số  $C$
- $N - 1$  dòng cuối cùng, mỗi dòng chứa  $U, V, W$ , mô tả cạnh tím nối  $U$  và  $V$  có trọng số  $W$  ( $1 \leq C, W \leq 2n - 2$ ).

**Chú ý:** Các cạnh xanh và các cạnh tím đều tạo thành cây; trong mỗi cây, trọng số các cạnh là đôi một khác nhau.

**Kết quả:** ghi ra file văn bản **TWOTREE.OUT**  $2N - 2$  số nguyên. Số thứ  $i$  là số cặp  $(X, Y)$  sao cho  $M_g(X, Y) = i$  hoặc  $M_p(X, Y) = i$ .

**Ví dụ**

| TWOTREE.INP                                             | TWOTREE.OUT | Giải thích                                                                                                                              |
|---------------------------------------------------------|-------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 4<br>1 2 1<br>2 3 2<br>3 4 4<br>2 3 2<br>1 4 1<br>2 4 4 | 2 2 0 5 0 0 | Có 2 cặp tại $i = 1$ : (1,2), (1,4)<br>Có 2 cặp tại $i = 2$ : (2,3), (2,4)<br>Có 5 cặp tại $i = 4$ : (1,2), (1,3), (1,4), (2,4), (3,4), |

#### Subtasks

- Subtask 1 (10 điểm):  $N \leq 500$ .
- Subtask 2 (10 điểm):  $N \leq 5000$ .
- Subtask 3 (15 điểm): Không có trọng số nào xuất hiện ở cả hai cây.
- Subtask 4 (20 điểm): Số trọng số chung không quá 1000,  $N \leq 30000$ .
- Subtask 5 (25 điểm):  $N \leq 100000$ .
- Subtask 6 (20 điểm): Không có ràng buộc gì thêm.

-----HẾT-----