

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Môn: Tin học

(Đề thi gồm có 04 trang, gồm 3 bài) Thời gian: 180 phút (không kể thời gian giao đề)

Ngày thi thứ hai: 17/9/2024

TỔNG QUAN ĐỀ THI

Bài	Tên bài	Tập mã nguồn	Tập dữ liệu vào	Tập dữ liệu ra	Điểm
1	Dãy con	DAYCON.*	DAYCON.INP	DAYCON.OUT	7
2	Du lịch	DULICH.*	DULICH.INP	DULICH.OUT	7
3	Dãy chia hết	MUL.*	MUL.INP	MUL.OUT	6

Dấu * được thay thế bằng py hoặc cpp tùy theo ngôn ngữ sử dụng là Python hoặc C++.

Hãy viết chương trình giải các bài toán sau:

Bài 1: Dãy con (7 điểm)

Trên một trục số, ta có n đoạn thẳng $L_1, \dots, L_n$; đoạn thẳng L_i bắt đầu tại vị trí A_i và có độ dài T_i (tức là đoạn L_i kết thúc tại vị trí $A_i + T_i$).

Ta gọi đoạn thẳng L_p là con của đoạn thẳng L_q (ký hiệu là $L_p \subset L_q$) nếu

$$\begin{cases} A_p \geq A_q \\ A_p + T_p \leq A_q + T_q \end{cases}$$

Với mỗi dãy L_i : hãy tìm dãy dài nhất $L_i, L_{h_1}, \dots, L_{h_k}$ thỏa mãn $L_i \subset L_{h_1} \subset \dots \subset L_{h_k}$; trong đó $L_i, L_{h_1}, \dots, L_{h_k}$ là các đoạn thẳng trong n đoạn thẳng đã cho.

Dữ liệu vào từ tập văn bản DAYCON.INP:

- Dòng đầu tiên chứa số nguyên dương n .
- Dòng thứ i trong n dòng tiếp theo chứa 2 số nguyên A_i và T_i , mô tả đoạn L_i có độ dài T_i bắt đầu từ vị trí A_i .
- Không tồn tại 2 đoạn thẳng giống nhau.

Kết quả ghi vào tệp văn bản DAYCON.OUT: Gồm n số, số thứ i là số lượng đoạn thẳng trong dãy dài nhất $L_l, L_{h_1}, \dots, L_{h_k}$ thỏa mãn $L_l \subset L_{h_1} \subset \dots \subset L_{h_k}$, không bao gồm đoạn L_l . Hai số kề nhau được phân tách bởi một khoảng trắng.

Giới hạn dữ liệu:

- $1 \leq n \leq 2 \times 10^5$.
- $1 \leq A_i, T_i \leq 10^9$.

Ví dụ:

DAYCON.INP	DAYCON.OUT
5	0 1 1 2 3
2 5	
3 3	
2 2	
4 2	
4 1	

Ràng buộc:

- ✓ Có 30% điểm tương ứng với $n \leq 100$.
- ✓ Có 20% điểm tương ứng với $100 \leq n \leq 10^4$.
- Có 50% điểm tương ứng với $10^4 \leq n \leq 2 \times 10^5$.

Bài 2: Du lịch (7 điểm)

Một công ty lữ hành đang tổ chức đi tham quan cho những người đăng ký tham gia. Hiện tại công ty đang có 1 xe buýt có thể chở được k người (không bao gồm lái xe). Có n người đăng ký tham gia, tuy nhiên người thứ i chỉ đồng ý lên xe đi tham quan nếu người thứ x_i cũng có mặt trên xe đó.

Hỏi có thể tổ chức cho nhiều nhất bao nhiêu người lên xe đi tham quan?

Dữ liệu vào từ tệp văn bản DULICH.INP:

- Dòng đầu tiên chứa hai số nguyên dương n và k .
- Dòng thứ hai chứa các giá trị $x_1, \dots, x_n$. Hai số kề nhau được phân tách bởi khoảng trắng.

Kết quả ghi vào tệp văn bản DULICH.OUT: Số lượng người lên xe đi tham quan.

Giới hạn dữ liệu:

- $1 \leq k \leq n \leq 1000$.

Ví dụ:

DULICH.INP	DULICH.OUT
12 3 2 3 4 5 6 7 4 7 8 7 12 12	2

Ràng buộc:

- Có 60% điểm tương ứng với $n \leq 100$.
- Có 40% điểm tương ứng với $100 \leq n \leq 1000$.

Bài 3: Dãy chia hết (6 điểm)

Phương Anh đang cùng các bạn trong đội tuyển thi HSG làm một bài toán với đề khá ngắn do Nam đổ. Bài toán đó như sau:

Cho hai số nguyên dương n, m . Hãy đếm số dãy A gồm n phần tử $a_1, a_2, \dots, a_n$ sao cho thoả mãn tất cả các điều kiện dưới đây:

- $1 \leq a_i \leq m$, với $1 \leq i \leq n$.
- a_{i+1} chia hết cho a_i , với $1 \leq i < n$.

Đề khá ngắn gọn, dễ hiểu, nhưng số n, m được cho trước khá lớn, lên đến $2 \cdot 10^8$. Phương Anh khá bối rối khi gặp bài toán này do ít tiếp xúc với những bài toán dãy chia hết. Huy, một bạn trong đội tuyển thi HSG giải được bài toán này, Huy còn cho biết chỉ cần một chút kiến thức toán “nhỏ” có thể giải được bài này một cách dễ dàng. Nam sau một phút suy nghĩ cũng đồng tình với ý kiến của Huy.

Yêu cầu: Hãy giúp Phương Anh thoát khỏi sự bối rối bằng cách đếm số dãy thoả mãn tất cả các điều kiện trên.

Dữ liệu vào từ file văn bản MUL.INP: Gồm một dòng duy nhất chứa hai số nguyên dương n, m .

Kết quả ghi ra file văn bản MUL.OUT: Một số nguyên duy nhất là phần dư của kết quả bài toán khi chia cho 998244353.

Ví dụ:

MUL.INP	MUL.OUT	Giải thích
3 5	16	Một số dãy thoả mãn là: – (1, 1, 2) – (3, 3, 3) – (1, 5, 5) – (2, 4, 4) – (1, 2, 4)

Ràng buộc:

- Có 5% số test ứng với 5% số điểm của bài thoả mãn điều kiện: $n, m \leq 2 \cdot 10^3$.
- 10% số test khác ứng với 10% số điểm của bài thoả mãn điều kiện: $n, m \leq 2 \cdot 10^5$.
- 10% số test khác ứng với 10% số điểm của bài thoả mãn điều kiện: $n, m \leq 2 \cdot 10^6$.
- 75% số test còn lại ứng với 75% số điểm của bài thoả mãn điều kiện: $n, m \leq 3 \cdot 10^8$.