

**TỔNG QUAN ĐỀ THI**

|       | File chương trình | File dữ liệu vào | File kết quả | Điểm     |
|-------|-------------------|------------------|--------------|----------|
| Câu 1 | ASKI.*            | ASKI.INP         | ASKI.OUT     | 7,0 điểm |
| Câu 2 | BTOWER.*          | BTOWER.INP       | BTOWER.OUT   | 7,0 điểm |
| Câu 3 | CPATH.*           | CPATH.INP        | CPATH.OUT    | 6,0 điểm |

Tên mở rộng của File chương trình tùy thuộc vào ngôn ngữ lập trình mà học sinh sử dụng, là pas nếu PASCAL, là cpp nếu C++,...

**Câu 1. Khu trượt tuyết**

Một cao nguyên có  $N$  điểm được đánh số từ 1 đến  $N$ . Tại điểm thứ  $i$ , có:

- Độ cao ban đầu  $H_i$ .
- Chi phí xây thêm trạm nổi  $C_i$ , trạm nổi có tác dụng kết nối hai địa điểm.

Ban đầu, mỗi điểm có 1 trạm nổi chưa sử dụng. Người quản lý muốn xây dựng một khu trượt tuyết bằng cách chọn một điểm làm khách sạn, sau đó xây các đường trượt sao cho từ mọi điểm đều có thể đi về khách sạn.

Để thực hiện, có thể sử dụng các thao tác sau:

- Tăng độ cao: Chọn một điểm  $i$ , tăng  $H_i$  lên 1 đơn vị. Chi phí cho mỗi lần tăng là  $K$ .
- Xây thêm trạm nổi: Tại điểm  $i$ , xây thêm 1 trạm nổi với chi phí  $C_i$ .

Sau khi thực hiện các thao tác trên, tiến hành xây các đường trượt:

- Với mỗi điểm  $i$  (không phải khách sạn), chọn một điểm  $j$  sao cho:
  - $H_j < H_i$
  - Điểm  $j$  còn ít nhất 1 trạm nổi chưa sử dụng.
- Dùng 1 trạm nổi tại  $j$  để xây đường trượt một chiều từ  $i \rightarrow j$ .

**Yêu cầu:** Hãy tính chi phí nhỏ nhất để xây dựng khu trượt tuyết sao cho từ mọi điểm đều có thể đi tới khách sạn.

**Dữ liệu vào:** Dữ liệu được đọc từ tệp **ASKI.INP**

Dòng đầu ghi hai số nguyên  $N, K$  ( $1 \leq N \leq 300, 1 \leq K \leq 10^9$ ).

$N$  dòng tiếp theo, dòng thứ  $i$  chứa hai số nguyên:  $H_i, C_i$  ( $0 \leq H_i \leq 10^9; 1 \leq C_i \leq 10^9$ )

**Kết quả:** Ghi ra tệp **ASKI.OUT**

Một số nguyên duy nhất là chi phí nhỏ nhất cần thiết.

**Ví dụ:**

| ASKI.inp                               | ASKI.out | Giải thích                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
|----------------------------------------|----------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 5 2<br>0 6<br>1 1<br>0 5<br>2 1<br>1 2 | 8        | Tăng độ cao điểm 1 hai lần và điểm 5 một lần với chi phí 6 để đạt độ cao 2, 1, 0, 2, 2, chọn điểm 3 làm khách sạn, sau đó xây thêm 2 trạm nổi tại điểm 2 với chi phí 2 để đủ số trạm, rồi xây các đường trượt $1 \rightarrow 2, 2 \rightarrow 3, 4 \rightarrow 2, 5 \rightarrow 2$ . Tổng chi phí tối ưu là $6+2=8$ . |

Subtask 1: 5% số test có  $H_i \leq 300, C_i \leq 100, K \geq 10^5$ .

Subtask 2: 10% số test có  $H_1 \leq H_i, C_1 \leq C_i, H_i \leq 300$ .

Subtask 3: 10% số test có  $N \leq 10, H_i \leq 10$ .

Subtask 4: 30% số test có  $N \leq 40, H_i \leq 40$ .

Subtask 5: 30% số test có  $H_i \leq 300$ .

Subtask 6: 15% số test còn lại không có ràng buộc gì thêm.

## Câu 2. Tòa tháp

Tòa tháp TOWER là một tòa tháp cực kỳ cao với một cầu thang bộ để đi lên. Cầu thang này có  $10^{100}$  bậc, được đánh số thứ tự từ dưới lên trên bắt đầu từ bậc 0, bậc 1 và cứ tiếp tục như thế. Bạn đang ở bậc 0 và muốn leo lên tháp. Bạn có thể đi lên bằng 2 loại hành động sau (không được phép đi xuống):

- Bước lên 1 bậc: Hành động này mất  $A$  giây.
- Nhảy lên: Nhảy từ bậc hiện tại lên bậc cao hơn đúng  $D$  bậc (bỏ qua các bậc ở giữa).

Hành động này mất  $B$  giây.

Hiện tại, có một số vị trí trên cầu thang đang được thi công và các bậc đang thi công thì không thể đặt chân lên. Cụ thể, có  $N$  công trường đang hoạt động; công trường thứ  $i$  ( $1 \leq i \leq N$ ) đang diễn ra tại các bậc từ  $L_i, L_{i+1} \dots R_i$ .

Tòa tháp TOWER có  $Q$  phòng được đánh số từ 1 đến  $Q$  Bạn có thể vào phòng  $j$  ( $1 \leq j \leq Q$ ) từ bậc thứ  $X_j$  của cầu thang. Do đó, bạn muốn xác định xem mình có thể đến được mỗi phòng hay không, và nếu có thì mất **ít nhất** bao nhiêu giây.

Hãy xác định khả năng tiếp cận và thời gian tối thiểu để đến mỗi phòng.

**Dữ liệu vào:** Dữ liệu được đọc từ tệp **BTOWER.INP**. Tất cả các giá trị đều là số nguyên.

Dòng 1: Ghi hai số  $N, Q$  ( $1 \leq N, Q \leq 2 \cdot 10^5$ )

Dòng 2: Ghi ba số  $D, A, B$  ( $1 \leq A, B \leq 10^9, 2 \leq D \leq 10^9$ )

$N$  dòng tiếp theo, dòng thứ  $i$  chứa hai số  $L_i, R_i$  ( $1 \leq L_i \leq R_i \leq 10^{15}$ ) là phạm vi các bậc đang thi công.

$Q$  dòng tiếp theo, dòng thứ  $j$  chứa  $X_j$  ( $1 \leq X_j \leq 10^{15}$ ) là vị trí bậc để vào phòng  $j$ . Bậc 0 và các bậc  $X_j$  đều không nằm trong vùng đang thi công.

**Kết quả:** Ghi ra tệp **BTOWER.OUT**

Gồm  $Q$  dòng, dòng thứ  $j$  ghi thời gian tối thiểu để đến phòng  $j$ , nếu không thể đến được phòng đó, hãy ghi -1.

**Ví dụ:**

| BTOWER.INP                                                                                                            | BTOWER.OUT                                              | Giải thích                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 3 1<br>4 10 35<br>4 5<br>10 12<br>14 14<br>13                                                                         | 120                                                     | $N = 3, Q = 1, A = 10, B = 35, D = 4$ , đích đến là bậc $X = 13$ . Cách đi tối ưu là:<br>- Đi bộ từ $0 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$ hết 30 giây<br>- Nhảy từ bậc 3 lên bậc 7 hết 35 giây<br>- Đi bộ từ $7 \rightarrow 8 \rightarrow 9$ hết 20 giây<br>- Nhảy từ 9 lên 13 hết 35 giây. |
| 5 10<br>10 1 9<br>7 11<br>25 32<br>37 38<br>43 44<br>50 52<br>6<br>12<br>18<br>24<br>30<br>36<br>42<br>48<br>54<br>60 | 6<br>11<br>17<br>22<br>-1<br>33<br>-1<br>44<br>-1<br>55 | Các kết quả giải thích tương tự ví dụ trên.                                                                                                                                                                                                                                                         |

- Subtask 1: 10% số test có  $N, Q, D, X_j, R_i \leq 2000$ .  
 Subtask 2: 35% số test có  $D \leq 2000$ .  
 Subtask 3: 25% số test có  $A = 1, B = D$ .  
 Subtask 4: 30% số test còn lại không có ràng buộc gì thêm.

### Câu 3. Đường đi với chi phí tối ưu

Có  $N$  thành phố trong vương quốc XYZ, được đánh số từ 1 đến  $N$ . Các thành phố được nối bởi  $N - 1$  con đường hai chiều, các con đường được đánh số thứ tự từ 1, vương quốc XYZ coi như một đồ thị dạng cây (luôn có đường đi giữa mọi cặp thành phố).

Trên một số con đường có các trạm kiểm soát. Có tổng cộng  $M$  trạm, trạm thứ  $j$  nằm trên một con đường  $P_j$ . Để đi qua trạm này, người đi phải trả: 1 đồng vàng hoặc  $C_j$  đồng bạc.

Có  $Q$  người, mỗi người có thông tin: Bắt đầu tại thành phố  $S_k$  muốn đi đến thành phố  $T_k$ . Có  $X_k$  đồng vàng và  $Y_k$  đồng bạc.

Khi qua một trạm kiểm soát, người đó phải chọn một trong hai cách trả tiền (nếu đủ tiền). Mỗi người đều muốn **giữ lại nhiều vàng nhất có thể** sau khi hoàn thành hành trình.

**Yêu cầu:** Hãy trả lời với mỗi người, nếu không thể đi từ  $S_k$  đến  $T_k$ , in ra  $-1$ . Ngược lại, in ra số đồng vàng lớn nhất còn lại sau khi đi.

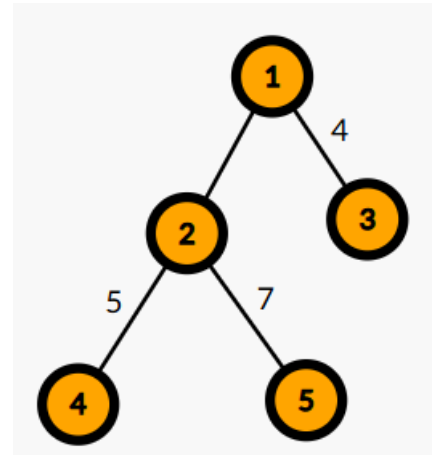
**Dữ liệu vào:** Dữ liệu được đọc từ tệp CPATH.INP

- Dòng đầu ghi ba số  $N, M, Q$  ( $2 \leq N \leq 10^5$ ;  $1 \leq M \leq 10^5$ ;  $1 \leq Q \leq 10^5$ ) là số thành phố, số trạm kiểm soát và số người dân.
- $N - 1$  dòng tiếp theo: mỗi dòng chứa  $A_i, B_i$  thể hiện một con đường nối hai thành phố.
- $M$  dòng tiếp theo, mỗi dòng chứa  $P_j, C_j$  trạm kiểm soát trên đường  $P_j$  với chi phí bạc  $C_j$ .
- $Q$  dòng tiếp theo: mỗi dòng chứa  $S_k, T_k, X_k, Y_k$ .

**Kết quả:** Ghi ra tệp CPATH.OUT

Gồm  $Q$  dòng trả lời cho mỗi hành trình của người dân tương ứng. Dòng thứ  $k$  ghi ra số vàng tối đa còn lại nếu đi được, in ra  $-1$  nếu không thể đi.

**Ví dụ:**



| CPATH.INP | CPATH.OUT | Giải thích                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
|-----------|-----------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 5 4 3     | 1         | Trong ví dụ trên, mỗi người sẽ đi theo đường duy nhất giữa hai thành phố và phải trả phí tại các trạm kiểm soát bằng vàng hoặc bạc sao cho tối ưu. Người thứ nhất đi từ 3 đến 4 qua các thành phố $3 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 4$ , chọn trả 1 vàng và 9 bạc nên còn lại 1 vàng, đây là tối ưu. Người thứ hai đi từ 5 đến 3 theo đường $5 \rightarrow 2 \rightarrow 1 \rightarrow 3$ , trả 2 vàng và 4 bạc nên còn lại 2 vàng, không thể giữ nhiều hơn. Người thứ ba đi từ 2 đến 3 nhưng không đủ tiền để qua các trạm nên không thể hoàn thành hành trình, do đó kết quả là $-1$ .<br>Xem hình vẽ bên trên. |
| 1 2       | 2         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
| 1 3       | -1        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
| 2 4       |           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
| 2 5       |           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
| 2 9       |           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
| 2 4       |           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
| 3 5       |           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
| 4 7       |           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
| 3 4 2 11  |           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
| 5 3 4 5   |           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
| 2 3 1 1   |           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |

- Subtask 1: 10% số test có  $N, M, Q \leq 2000$ .
- Subtask 2: 30% số test có  $C_1 = C_2 = \dots = C_M$ .
- Subtask 3: 30% số test có  $A_i = i, B_i = i + 1$ .
- Subtask 4: 30% số test còn lại không có ràng buộc gì thêm.

-----HẾT-----