

ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề thi có 06 trang)

Môn thi: **TIN HỌC**
Thời gian làm bài: 180 phút
Ngày thi: 15/9/2026

Tổng quan bài thi

Câu	Tên bài	File chương trình	File dữ liệu	File kết quả	Điểm
1	Tháp phao	THAPPHAO.*	THAPPHAO.INP	THAPPHAO.OUT	6,0
2	Hoán vị	HOANVI.*	HOANVI.INP	HOANVI.OUT	7,0
3	Lộ trình	LOTRINH.*	LOTRINH.INP	LOTRINH.OUT	7,0

*Dấu * được thay thế bởi CPP, PAS hoặc PY của ngôn ngữ lập trình được sử dụng tương ứng là C++, Pascal hoặc Python. Hãy lập trình giải các bài toán sau:*

Câu 1. (6,0 điểm) Tháp phao.

Nhằm đảm bảo an toàn cho các tàu thuyền đánh bắt thủy hải sản và du lịch di chuyển qua khu vực đá ngầm xung quanh ngọn hải đăng trên một vùng biển của tỉnh Alpha, đội quản lý được giao nhiệm vụ dựng các tháp phao cảnh báo trên biển.

Trong kho vật tư có n khối phao tròn có kích thước từ 1 đến n . Mỗi khối phao mang một màu sắc đỏ (ký hiệu R) hoặc xanh (ký hiệu B). Các khối phao được dùng để xếp chồng lên nhau tạo thành các tháp phao thả trên biển. Để đứng vững trước sóng gió và đạt chuẩn an toàn, tháp phao phải được xây dựng theo hai quy tắc như sau:

- Hai khối phao nằm chồng trực tiếp lên nhau không được phép cùng màu.
- Tất cả các khối phao nằm phía trên một khối phao bất kỳ trong cùng một tháp phải có kích thước nhỏ hơn khối phao ở phía dưới nó (đáy tháp là phao to nhất, đỉnh tháp là phao nhỏ nhất).

Đội trưởng đưa ra q nhiệm vụ, mỗi nhiệm vụ yêu cầu cần sử dụng toàn bộ các khối phao có kích thước nằm trong đoạn từ l_i đến r_i .

Yêu cầu: Với mỗi nhiệm vụ, hãy tính số lượng tháp phao ít nhất cần phải xây dựng sao cho dùng đúng và đủ các khối phao trong đoạn $[l_i, r_i]$ và tất cả các tháp phao đều tuân thủ hai quy tắc xây dựng trên.

Dữ liệu vào: Cho trong tệp tin văn bản **THAPPHAO.INP** có cấu trúc như sau:

- Dòng đầu tiên chứa 2 số nguyên dương n và q ($1 \leq n, q \leq 10^5$) tương ứng là số lượng khối phao và số lượng nhiệm vụ;

- Dòng thứ hai là một chuỗi s có độ dài n chỉ gồm các ký tự R và B. Ký tự thứ i đại diện cho màu của khối phao có kích thước i ;
- q dòng tiếp theo, mỗi dòng chứa 2 số nguyên l_i, r_i ($1 \leq l_i \leq r_i \leq n$) mô tả phạm vi kích thước phao của nhiệm vụ thứ i .

Kết quả: Ghi ra tệp tin văn bản **THAPPHAO.OUT** gồm q dòng, mỗi dòng chứa một số nguyên là số lượng tháp phao tối thiểu cần xây dựng cho mỗi nhiệm vụ.

Ví dụ:

THAPPHAO.INP	THAPPHAO.OUT
7 4	3
BBRBBRR	3
1 7	2
1 5	2
3 7	
4 5	

Giải thích:

Nhiệm vụ 1 ở ví dụ trên có $l = 1, r = 7$, dùng tất cả các khối [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7] tương ứng các màu B, B, R, B, B, R, R. Ta có một trong những cách có thể xây dựng ít nhất là 3 tháp phao. Cụ thể:

- Tháp 1: khối 1 (B), khối 3 (R), khối 4 (B), khối 6 (R).
- Tháp 2: khối 2 (B), khối 7 (R).
- Tháp 3: khối 5 (B).

Ràng buộc:

- Có 25% số test tương ứng 25% số điểm với $1 \leq n, q \leq 10$;
- Có 25% số test tương ứng 25% số điểm với $11 \leq n, q \leq 1000$;
- Có 20% số test tương ứng 20% số điểm với số lượng khối phao màu xanh không quá 20 khối;
- Có 30% số test tương ứng 30% số điểm còn lại không có ràng buộc gì thêm.

Câu 2. (7,0 điểm) Hoán vị.

Giáo sư Math dạy toán ở trường đại học Uni có n sinh viên theo học. Trong chuyên đề số học gần đây, giáo sư Math đã nói về hạng của các hoán vị.

Một dãy gồm k số nguyên có giá trị nằm trong đoạn từ 1 đến k sao cho mỗi số xuất hiện đúng 1 lần được gọi là một hoán vị. Dễ dàng nhận thấy có tất cả $k!$ hoán vị khác nhau. Các hoán vị này được sắp xếp theo thứ tự từ điển.

Ví dụ: với $k = 3$, ta có $3! = 6$ hoán vị theo thứ tự từ điển như sau:

1. 1 2 3
2. 1 3 2
3. 2 1 3
4. 2 3 1
5. 3 1 2
6. 3 2 1

Vị trí của hoán vị trong thứ tự từ điển được gọi là hạng của hoán vị. Trong ví dụ trên, hoán vị (3, 1, 2) có hạng là 5.

Giáo sư Math gán cho mỗi sinh viên của ông ta một hoán vị. Tất cả các sinh viên sẽ tính toán để tìm hạng của hoán vị mà giáo sư gán cho mình. Giáo sư Math sử dụng một thuật toán đơn giản để sinh các hoán vị và chọn một hoán vị cơ sở gồm k số nguyên. Sau đó, ông gửi cho mỗi sinh viên 2 số nguyên a, b lần lượt là hai vị trí cần đổi chỗ trong hoán vị cơ sở. Sau khi thực hiện hoán đổi hai vị trí trong hoán vị cơ sở, sinh viên sẽ có được hoán vị của mình.

Math đưa ra một hoán vị cơ sở và n cặp vị trí cần đổi chỗ cho n sinh viên.

Yêu cầu: Hãy viết chương trình giúp các sinh viên tính hạng hoán vị của mình. Vì kết quả có thể rất lớn nên chỉ cần giữ lại phần dư khi chia cho $10^9 + 7$.

Dữ liệu vào: Nhập từ tệp tin văn bản **HOANVI.INP** có cấu trúc như sau:

- Dòng đầu tiên chứa hai số nguyên k và n ($2 \leq k \leq 3 \times 10^5; 1 \leq n \leq 10^5$);
- Dòng thứ hai chứa k số nguyên là hoán vị cơ sở;
- n dòng tiếp theo, mỗi dòng chứa hai số nguyên a, b ($1 \leq a < b \leq k$) thể hiện hai vị trí cần đổi chỗ hoán vị cơ sở.

Kết quả: Ghi ra tệp tin văn bản **HOANVI.OUT** gồm n số nguyên, mỗi số trên một dòng là hạng các hoán vị của các sinh viên theo thứ tự các cặp đổi chỗ trong tệp dữ liệu vào.

Ví dụ:

HOANVI.INP	HOANVI.OUT
5 3	91
1 5 4 2 3	17
1 3	9
2 3	
2 5	

Giải thích:

Ở ví dụ trên, hoán vị cơ sở được giáo sư cho ban đầu là (1, 5, 4, 2, 3) và có hạng là 23. Với các cặp vị trí giáo sư giao cho các sinh viên thì:

- Cặp (1, 3): Hoán vị cơ sở ban đầu trở thành (4, 5, 1, 2, 3) và có hạng là 91;
- Cặp (2, 3): Hoán vị cơ sở ban đầu trở thành (1, 4, 5, 2, 3) và có hạng là 17;
- Cặp (2, 5): Hoán vị cơ sở ban đầu trở thành (1, 3, 4, 2, 5) và có hạng là 9.

Ràng buộc:

- Có 20% số test tương ứng 20% số điểm với $k \leq 8$;
- Có 20% số test tương ứng 20% số điểm với $k, n \leq 3000$;
- Có 20% số test tương ứng 20% số điểm với $n \leq 3000$;
- Có 20% số test tương ứng 20% số điểm với $b = a + 1$;
- Có 20% số test tương ứng 20% số điểm còn lại không có ràng buộc gì thêm.

Câu 3. (7,0 điểm) Lộ trình.

Một quốc gia có n thành phố, được đánh số từ 1 đến n . Các thành phố được kết nối bằng đúng $n - 1$ tuyến đường hai chiều. Hệ thống giao thông được xây dựng sao cho giữa hai thành phố bất kỳ luôn tồn tại duy nhất một đường đi. Nói cách khác, mạng lưới giao thông của quốc gia tạo thành một đồ thị dạng cây, mỗi tuyến đường nối trực tiếp 2 thành phố không qua một thành phố trung gian nào cần đúng một ngày để đi qua.

Một đội công tác chuyên trách về kiểm định hạ tầng được giao nhiệm vụ đánh giá chất lượng của một dự án giao thông liên vùng, toàn bộ nhiệm vụ được chia thành m mức theo trình tự thực hiện, đánh số từ 1 đến m . Thành phố thứ i có mức nhiệm vụ là a_i . Trong đó, thành phố 1 có mức nhiệm vụ thấp nhất là 1, thành phố n có mức nhiệm vụ cao nhất là m .

Một lộ trình hợp lệ là một lộ trình đi qua một dãy các thành phố $u_1, u_2, \dots, u_m$ thoả mãn đồng thời các điều kiện sau:

- $u_1 = 1$ và $u_m = n$.
- Với mỗi k từ 2 đến $m - 1$, thành phố u_k có mức nhiệm vụ mức k .
- Đội công tác thực hiện nhiệm vụ xuất phát từ u_1 lần lượt đi tới $u_2, u_3, \dots, u_m$. Một chặng đường thực hiện nhiệm vụ đi từ thành phố u_i đến thành phố u_j được tính là hoàn thành khi u_j là điểm kết thúc của chặng đường đó với đường đi là ngắn nhất ($1 \leq i < j \leq m$). Việc đi ngang qua một thành phố trung gian nào đó trong lúc di chuyển giữa hai thành phố u_i và u_j không được tính là hoàn thành nhiệm vụ, kể cả khi thành phố đó có mức nhiệm vụ cao hơn.

Gọi $d(u_i, u_j)$ là số ngày ít nhất để đi từ thành phố u_i tới thành phố u_j , tức độ dài đường đi ngắn nhất giữa chúng trên cây. Thời gian hoàn thành của một lộ trình hợp lệ là tổng số ngày di chuyển của toàn bộ hành trình, cụ thể bằng:

$$d(u_1, u_2) + d(u_2, u_3) + \cdots + d(u_{m-1}, u_m).$$

Yêu cầu: Hãy tính tổng thời gian hoàn thành của tất cả các lộ trình hợp lệ. Vì kết quả có thể rất lớn, hãy in ra phần dư khi chia cho $10^9 + 7$.

Dữ liệu vào: Cho trong tệp tin văn bản **LOTRINH.INP** có cấu trúc như sau:

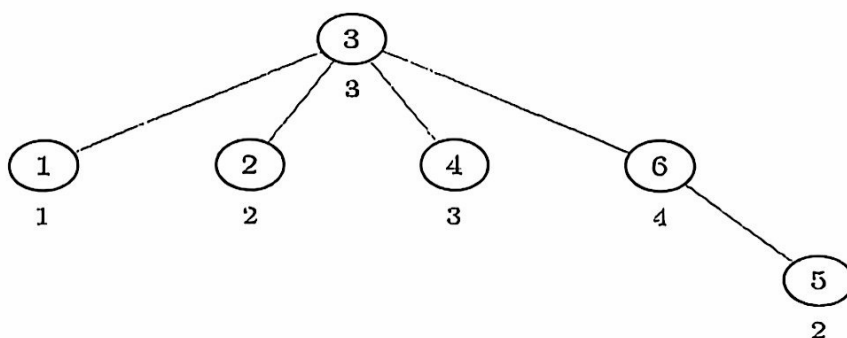
- Dòng đầu tiên gồm hai số nguyên dương n và m ($1 \leq m \leq n \leq 10^5$);
- Dòng thứ hai chứa n số nguyên dương $a_1, a_2, \dots, a_n$ ($1 \leq a_i \leq m$; $a_1 = 1$; $a_n = m$) tương ứng là mức nhiệm vụ của từng thành phố (dữ liệu đầu vào đảm bảo luôn tồn tại lộ trình hợp lệ);
- $n - 1$ dòng tiếp theo, mỗi dòng chứa hai số nguyên dương x và y ($1 \leq x, y \leq n$) mô tả một tuyến đường nối hai thành phố x và y .

Kết quả: Ghi ra tệp tin văn bản **LOTRINH.OUT** gồm một số nguyên không âm là tổng thời gian hoàn thành của tất cả các lộ trình hợp lệ, lấy phần dư khi chia cho $10^9 + 7$.

Ví dụ:

LOTRINH.INP	LOTRINH.OUT
6 4 1 2 3 3 2 4 3 1 3 2 3 4 3 6 5 6	24

Giải thích:



Cây đồ thị biểu diễn thành phố của test ví dụ, kèm mức nhiệm vụ.

Ở test ví dụ, với $m = 4$ ta có:

- Thành phố có mức nhiệm vụ 1 là $\{1\}$.
- Thành phố có mức nhiệm vụ 2 là $\{2, 5\}$.
- Thành phố có mức nhiệm vụ 3 là $\{3, 4\}$.
- Thành phố có mức nhiệm vụ 4 là $\{6\}$.

Nên mỗi lộ trình hợp lệ có dạng $u_1 = 1$, tiếp đến u_2 là một thành phố có mức nhiệm vụ 2, tiếp đến u_3 là một thành phố có mức nhiệm vụ 3, cuối cùng $u_4 = 6$. Các thành phố có mức nhiệm vụ 2 là 2 và 5; các thành phố có mức nhiệm vụ 3 là 3 và 4. Vậy có bốn lộ trình hợp lệ:

- $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 6$, thời gian hoàn thành $d(1, 2) + d(2, 3) + d(3, 6) = 2 + 1 + 1 = 4$.
- $1 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 6$, thời gian hoàn thành $d(1, 2) + d(2, 4) + d(4, 6) = 2 + 2 + 2 = 6$.
- $1 \rightarrow 5 \rightarrow 3 \rightarrow 6$, thời gian hoàn thành $d(1, 5) + d(5, 3) + d(3, 6) = 3 + 2 + 1 = 6$.
- $1 \rightarrow 5 \rightarrow 4 \rightarrow 6$, thời gian hoàn thành $d(1, 5) + d(5, 4) + d(4, 6) = 3 + 3 + 2 = 8$.

Vậy đáp án là $4 + 6 + 6 + 8 = 24$.

Ràng buộc:

- Có 20% số test tương ứng 20% số điểm với $n \leq 20$;
- Có 20% số test tương ứng 20% số điểm với $n \leq 100$;
- Có 20% số test tương ứng 20% số điểm với $n \leq 5000$;
- Có 20% số test tương ứng 20% số điểm cây có dạng đường thẳng;
- Có 20% số test tương ứng 20% số điểm còn lại không có ràng buộc gì thêm.

-----Hết-----

Họ và tên thí sinh:..... Số báo danh:.....
 Giám thị 1:.....Ký tên Giám thị 2:.....Ký tên