
KỲ THI THỬ HSG QUỐC GIA
Môn thi: Tin học

Thời gian làm bài: 180 phút

Ngày thi: 13-12-2023

TỔNG QUAN ĐỀ THI

BUILDTREE	2
CNTPATH2	2
GCDIX	3

Bài 4. BUILDTREE

File dữ liệu vào: BUILDTREE.INP
File kết quả: BUILDTREE.OUT

Cây có trọng số là một đồ thị vô hướng, liên thông, không có chu trình, mỗi cạnh của cây có một trọng số là số nguyên dương. Giữa hai đỉnh bất kỳ của cây, luôn tồn tại và duy nhất một đường đi đơn. Ta nói khoảng cách của hai đỉnh x, y là tổng trọng số của tất cả các cạnh nằm trên đường đi đơn giữa x và y . Độ phức tạp của cây được hiểu là tổng khoảng cách của tất cả các cặp đỉnh (cặp (u, v) và (v, u) được tính một lần).

Hùng có một cây có trọng số có n đỉnh, các đỉnh của cây được đánh số từ 1 đến n . Tuy nhiên anh ấy đã cắt đi m cạnh, các cạnh bị cắt có trọng số là $w_1, w_2, \dots, w_m$. Từ cây có trọng số ban đầu, bây giờ Hùng có $m+1$ cây có trọng số. Anh ấy muốn khôi phục lại cây ban đầu bằng cách nối thêm m cạnh với các trọng số lần lượt là $w_1, w_2, \dots, w_m$. Việc nối phải thỏa mãn rằng khi kết thúc phải tạo thành một cây. Dù vậy vẫn có thể có nhiều cách nối khác nhau, trong khi Hùng không nhớ cây ban đầu như thế nào. Anh chỉ nhớ, cây ban đầu có độ phức tạp bé. Do đó, Hùng muốn nhờ bạn dựng lại cây sao cho độ phức tạp của cây thu được là bé nhất có thể.

Dữ liệu vào

- Dòng đầu tiên chứa hai số nguyên dương n, m là số đỉnh của cây và số cạnh mà Hùng đã cắt.
- Dòng tiếp theo chứa $w_1, w_2, \dots, w_m$ là trọng số của m cạnh đã bị cắt.
- Dòng thứ i trong số $n - m - 1$ dòng tiếp theo chứa ba số nguyên dương u_i, v_i, c_i mô tả một cạnh chưa bị cắt, cạnh này nối giữa u_i và v_i với trọng số c_i .

Kết quả

Ghi một số nguyên duy nhất là độ phức tạp của cây thu được. Do kết quả có thể rất lớn, chỉ cần in ra phần dư khi chia cho 1000000007.

Ví dụ

BUILDTREE.INP	BUILDTREE.OUT
6 2 3 5 1 2 4 1 3 2 4 5 4	99

Hạn chế

- Trong tất cả các test: $1 \leq m < n \leq 10^5$; $1 \leq w_i, c_i \leq 10^8$.
- Có 8% số test với $m = n - 1$.
- Có 16% số test với $m = 1$.
- Có 28% số test với $w_i = 1$.
- Có 48% số test không có ràng buộc gì thêm.

Bài 5. CNTPATH2

File dữ liệu vào: CNTPATH2.INP
File kết quả: CNTPATH2.OUT

Hùng đang nghiên cứu về não bộ con người và cố gắng mô phỏng cách hoạt động của nó. Theo cậu, khi một giác quan nhận được một tín hiệu, nó sẽ kích thích một số neuron (tế bào thần kinh) bằng xung điện, các neuron này lại kích thích các neuron khác có liên kết với nó bằng cách chia xung điện thành các xung nhỏ hơn và truyền qua các liên kết. Như vậy khi bị kích thích - như nhìn thấy một con mèo chẳng hạn, một tổ hợp các neuron sẽ bị kích

thích ở một cường độ nhất định nào đó, tạo nên khái niệm con mèo trong ý thức. Lần sau nếu gặp một tín hiệu tương tự - nhìn thấy một con chó chẳng hạn, một tổ hợp neuron khác gần giống như cũ bị kích thích, ta có khái niệm về chó với nhiều nét tương đồng với mèo: Có lông, đuôi dài, bốn chân, ...

Hùng quyết định sẽ mô phỏng lại quá trình hoạt động này ở một cấp độ đơn giản hơn, phục vụ cho quá trình nghiên cứu. Đầu tiên, cậu dựng một mạng có $n \times m + 2$ đỉnh, được đánh số từ 0 đến $n \times m + 1$. Các đỉnh được chia thành $n + 2$ lớp, đỉnh thứ i sẽ được xếp vào lớp thứ $\lceil \frac{i+m-1}{m} \rceil$; tức là lớp thứ 0 và lớp thứ $(n + 1)$ có một đỉnh, còn các lớp khác đều có m đỉnh. Sau đó, cậu thêm các cạnh có hướng vào mạng. Từng đỉnh của lớp thứ i sẽ được nối với từng đỉnh của lớp thứ $(i + 1)$ ($0 \leq i \leq n$). Như vậy, mạng neuron của Hùng sẽ có $m \times m \times (n - 1) + 2m$ cạnh có hướng. Theo cậu, đỉnh 0 như là một giác quan nơi tiếp nhận các tín hiệu từ môi trường; các cạnh có hướng là các liên kết thần kinh giữa các neuron. Khi đỉnh 0 phát đi một tín hiệu, tùy thuộc vào đặc điểm của tín hiệu và trạng thái mạng, tín hiệu này sẽ được truyền đến đỉnh $n \times m + 1$ theo một đường đi đơn nào đó. Vì đây là sự mô phỏng ở dạng rất đơn giản nên số tổ hợp khác nhau của các đỉnh nằm trên đường đi không đủ lớn để đặc trưng cho nhiều khái niệm khác nhau (chính xác thì có m^n khái niệm có thể được mô tả).

Để giải quyết vấn đề, Hùng sẽ thêm k cạnh có hướng vào mạng. Để không tạo ra chu trình, các cạnh đều chỉ được nối từ lớp thấp đến lớp cao; tức là nếu một cạnh nối từ đỉnh i đến đỉnh j thì $\lceil \frac{i+m-1}{m} \rceil < \lceil \frac{j+m-1}{m} \rceil$. Đồng thời, việc thêm các cạnh luôn đảm bảo rằng không có hai cạnh nào nối cùng một cặp đỉnh, tính cả cạnh cũ lẫn cạnh mới. Hùng xem đây là quá trình mở rộng khái niệm của mạng, tương tự như quá trình học tập và hình thành các liên kết thần kinh mới ở người. Bây giờ, cậu cần đánh giá mức độ hiệu quả của việc mở rộng. Hãy giúp hùng tính số khái niệm khác nhau mà mạng neuron của cậu có thể mô tả sau khi thêm k cạnh. Tức là, tính số đường đi đơn khác nhau từ đỉnh 0 đến đỉnh $n \times m + 1$ trên mạng.

Dữ liệu vào

- Dòng đầu chứa ba số nguyên dương n, m, k ;
- Mỗi dòng trong số k dòng tiếp theo ghi hai số nguyên không âm i và j cho biết Hùng nối thêm một cạnh có hướng từ đỉnh i đến đỉnh j .

Kết quả

Ghi một số nguyên duy nhất là số đường đi đơn khác nhau từ đỉnh 0 đến đỉnh $n \times m + 1$ trên mạng.

Ví dụ

CNTPATH2.INP	CNTPATH2.OUT
3 2 2 0 4 1 5	11

Hạn chế

- Trong tất cả các test: $3 \leq n \leq 10^{12}$; $1 \leq m \leq 10^5$; $1 \leq k \leq 10^5$.
- 12% số test với $n \times m \leq 10^6$.
- 20% số test với $m = 1$.
- 24% số test với $k \leq 20$.
- 44% số test còn lại không có ràng buộc gì thêm.

Bài 6. GCDIX

File dữ liệu vào: GCDIX.INP
 File kết quả: GCDIX.OUT

Đất nước XYZ từ lâu đã nổi tiếng về việc trồng táo. Ở đây có n ngôi làng được đánh số từ 1 đến n và $n - 1$ con đường hai chiều, mỗi con đường nối giữa hai ngôi làng, đảm bảo việc đi lại giữa tất cả các ngôi làng. Ở ngôi làng

thứ i có trồng a_i cây táo. Để tăng quy mô trồng trọt cũng như đảm bảo lượng táo xuất khẩu, uỷ ban trồng trọt đã lên Q kế hoạch để trồng thêm táo hoặc để thu hoạch táo. Để thuận tiện cho việc vận chuyển, mỗi kế hoạch đều sẽ gắn với một đường đi. Một kế hoạch trồng thêm táo sẽ là: Chọn ra hai ngôi làng u và v , sau đó một xe chở cây sẽ đi từ u đến v và trồng thêm k cây táo ở mỗi ngôi làng đi qua (bao gồm cả u và v); xe sẽ đi theo đường đi sao cho không có ngôi làng nào được đi qua 2 lần. Nói cách khác, mỗi kế hoạch trồng thêm táo sẽ tăng a_i lên k đơn vị với mọi i nằm trên đường đi đơn từ u đến v . Một kế hoạch thu hoạch táo sẽ là: Chọn ra hai ngôi làng u và v , sau đó một xe chở d người được thuê và đi từ u đến v . Khi đến một ngôi làng, d người này sẽ chia đều số cây táo ở ngôi làng đó để hái. Để không gây lãng phí nhân lực nhưng vẫn đảm bảo tốc độ thu hoạch, số d được chọn là số lớn nhất có thể sao cho số lượng cây táo ở mỗi ngôi làng đều chia hết cho d . Nói cách khác, d là ước chung lớn nhất của các a_i với i nằm trên đường đi đơn từ u đến v . Lưu ý là việc thu hoạch táo không ảnh hưởng đến số lượng cây táo cho quả, vì táo ở đây sẽ chín theo từng ngày. Tức là a_i sẽ không thay đổi sau các kế hoạch thu hoạch táo.

Cho Q kế hoạch như trên, hãy giúp uỷ ban trồng trọt tính toán số người cần thuê trong các kế hoạch thu hoạch táo.

Dữ liệu vào

- Dòng đầu tiên chứa hai số nguyên dương n, Q .
- Dòng tiếp theo chứa n số nguyên dương $a_1, a_2, \dots, a_n$.
- Mỗi dòng trong số $n - 1$ dòng tiếp theo chứa hai số nguyên x, y cho biết có một con đường hai chiều giữa ngôi làng x và ngôi làng y .
- Dòng tiếp theo chứa n số nguyên dương $a_1, a_2, \dots, a_n$.
- Mỗi dòng trong số Q dòng tiếp theo mô tả cho một kế hoạch, có dạng: $1 \ u \ v \ k$ hoặc $2 \ u \ v$ tương ứng là trồng thêm k cây táo ở mỗi ngôi làng trên đường đi đơn từ u đến v hoặc thu hoạch táo ở các ngôi làng trên đường đi đơn từ u đến v .

Kết quả

Với mỗi kế hoạch thu hoạch táo, in ra trên một dòng số d là số người cần thuê để hái táo.

Ví dụ

GCDIX.INP	GCDIX.OUT
6 6	1
4 3 2 5 3 4	1
1 2	2
1 3	1
2 4	
2 5	
3 6	
2 4 5	
2 2 6	
1 2 2 3	
2 2 6	
1 4 6 4	
2 4 5	

Hạn chế

- Trong tất cả các test: $1 \leq n, Q \leq 10^5$; $1 \leq k, a_i \leq 10^4$.
- Có 12% số test thoả mãn có con đường hai chiều nối giữa ngôi làng i và ngôi làng $\lfloor \frac{i}{2} \rfloor$ với $i = 2, 3, 4, \dots, n$.
- Có 24% số test thoả mãn $u = v$ trong tất cả các kế hoạch trồng táo.
- Có 28% số test thoả mãn có con đường hai chiều nối giữa ngôi làng i và ngôi làng $i - 1$ với $i = 2, 3, 4, \dots, n$.
- Có 36% số test không có ràng buộc gì thêm.