**Đề Tin_10_19**
*(Đề thi gồm 04 trang)*

**KỲ THI OLYMPIC TRẠI HÈ HÙNG VƯƠNG**
**LẦN THỨ XIX, NĂM 2025**
**ĐỀ THI MÔN: TIN HỌC - LỚP 10**

**Thời gian làm bài: 180 phút**
*(không kể thời gian giao đề)*

**TỔNG QUAN ĐỀ THI**

| Bài | Tên bài | Tệp chương trình | Tệp dữ liệu | Tệp kết quả | Bộ nhớ (MB) | Thời gian (giây) | Điểm |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | Đường đi ước số | `divi.*` | `divi.inp` | `divi.out` | 1024 | 1 | 7,0 |
| 2 | Bowling | `bowl.*` | `bowl.inp` | `bowl.out` | 1024 | 1 | 7,0 |
| 3 | Sản xuất nhanh | `fast.*` | `fast.inp` | `fast.out` | 1024 | 1 | 6,0 |

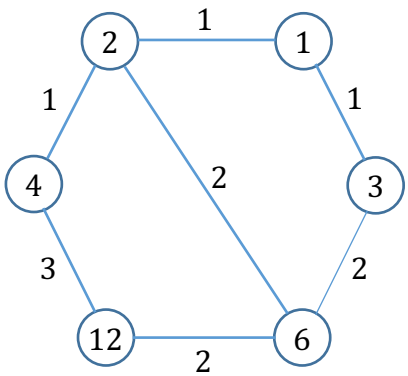
Dấu `*` được thay thế bởi `cpp` hoặc `py` của ngôn ngữ lập trình được sử dụng tương ứng là `C++` hoặc `Python`.

## Bài 1. Đường đi ước số

Cho một số nguyên dương $D$, ta xây dựng đồ thị sau từ nó như sau:

- Mỗi đỉnh được đánh số là một ước của $D$;
- Hai đỉnh $x$ và $y$ $(x > y)$ có một cạnh vô hướng giữa chúng nếu $x$ chia hết cho $y$ và $\frac{x}{y}$ là số nguyên tố;
- Trọng số của một cạnh là số ước của $x$ không phải là ước của $y$ $(x > y)$.

Ví dụ đồ thị với $D = 12$ như sau:




Do $D = 12$ có các ước là $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ nên đồ thị có 6 đỉnh được đánh số là $1, 2, 3, 4, 6, 12$.

Không có cạnh nào giữa đỉnh 3 và đỉnh 2, vì 3 không chia hết cho 2. Không có cạnh nào giữa 12 và 3, vì $\frac{12}{3} = 4$ không phải là số nguyên tố.

Giữa hai đỉnh 12 và 4 có một cạnh vô hướng nối chúng, vì 12 chia hết cho 4 và $\frac{12}{4} = 3$ là số nguyên tố. Cạnh $(12, 4)$ có trọng số là 3, vì 12 có các ước $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ và 4 có ước $\{1, 2, 4\}$. Như vậy có 3 ước của 12 không phải là ước của 4 là $3, 6, 12$.

Gọi độ dài đường đi giữa đỉnh $u$ và $v$ trong đồ thị là tổng trọng số các cạnh trên đường đi. Ví dụ đường đi $(1, 2), (2, 6), (6, 12), (12, 4), (4, 2), (2, 6)$ có độ dài $1 + 2 + 2 + 3 + 1 + 2 = 11$. Đường đi rỗng có độ dài 0.

Đường đi ngắn nhất giữa hai đỉnh $u$ và $v$ là đường đi có độ dài nhỏ nhất trong số các đường đi giữa đỉnh $u$ và $v$.

Hai đường đi khác nhau nếu số cạnh của hai đường đi khác nhau hoặc tồn tại chỉ số $i$ sao cho cạnh thứ $i$ của hai đường đi khác nhau.

Bạn được cho $q$ truy vấn có dạng "$u$ $v$" là yêu cầu tính số đường đi ngắn nhất giữa hai đỉnh $u$ và $v$. Câu trả lời cho mỗi truy vấn có thể lớn, vì vậy hãy đưa ra nó theo mô-đun 998244353.

**Dữ liệu:** Dòng đầu tiên chứa số nguyên $D$ ($1 \le D \le 10^{15}$) là số mà đồ thị được tạo từ nó. Dòng thứ hai chứa số nguyên $q$ ($1 \le q \le 3 \times 10^5$) là số truy vấn. Mỗi dòng trong $q$ dòng tiếp theo chứa hai số nguyên $u$ và $v$ ($1 \le u, v \le D$; $u, v$ đều là ước của $D$) mô tả một truy vấn.

**Kết quả:** Với mỗi truy vấn, in số đường đi ngắn nhất giữa hai đỉnh đã cho theo mô-đun 998244353.

**Ví dụ:**

| **divi.inp** | **divi.out** |
|---|---|
| 12<br>3<br>4 4<br>12 1<br>3 4 | 1<br>3<br>1 |

**Subtasks:**

- Subtask 1 (30%): $1 \le D \le 10^3$ và $1 \le q \le 10^3$;
- Subtask 2 (30%): $1 \le D \le 10^6$ và $1 \le q \le 10^4$;
- Subtask 3 (40%): Không có thêm ràng buộc nào.

## Bài 2. Bowling

An thường đi chơi bowling với bạn bè. Hôm nay An cảm thấy thực sự tốt và cố gắng để đánh bại kỷ lục của chính mình!

Khi lăn một quả bóng, người chơi sẽ nhận được điểm là một số nguyên (có thể âm). Điểm của lần lăn bóng thứ $i$ được nhân với $i$, rồi cộng tất cả lại thì ta sẽ được tổng điểm của các lần chơi. Vì vậy nếu $k$ lần lăn bóng có điểm là $s_1, s_2, \ldots, s_k$ thì tổng điểm là $1 \times s_1 + 2 \times s_2 + \cdots + k \times s_k$. Nếu không lăn bóng nào thì tổng điểm là 0.

An thực hiện $n$ lần lăn bóng và đạt được $a_i$ điểm cho lần lăn thứ $i$. An muốn tối đa tổng số điểm của mình và anh ta đã đưa ra một ý tưởng thú vị. Anh ta nói rằng một số lần lăn bóng đầu tiên chỉ là khởi động và một số lần lăn cuối cùng anh ta không tập trung. Cụ thể, An có thể hủy bất kỳ tiền tố và bất kỳ hậu tố nào của dãy $a_1, a_2, \ldots, a_n$. Chú ý rằng An được phép hủy tất cả các lần lăn bóng hoặc không hủy lần lăn bóng nào.

Tổng điểm sẽ được tính với các lần lăn bóng không bị hủy. Vì vậy, lần lăn bóng không hủy đầu tiên có điểm nhân với 1, lần lăn bóng không hủy thứ hai có điểm nhân với 2 và cứ thế cho đến lần lăn bóng không hủy cuối cùng.

Bạn hãy tính xem An có thể đạt tổng điểm tối đa là bao nhiêu?

**Dữ liệu:** Dòng đầu tiên chứa số nguyên $n$ ($1 \le n \le 2 \times 10^5$) là số lần An thực hiện lăn bóng. Dòng thứ hai chứa $n$ số nguyên $a_i$ ($|a_i| \le 10^7$) là các điểm của các lần lăn bóng.

**Kết quả:** Ghi ra một số nguyên là tổng điểm tối đa sau khi đã hủy bỏ một số lần lăn bóng.

**Ví dụ:**

| **bowl.inp** | **bowl.out** |
|---|---|
| 6<br>5 -1000 1 -3 7 -8 | 16 |
| 5<br>1000 1000 1001 1000 1000 | 15003 |
| 3<br>-60 -70 -80 | 0 |

Trong ví dụ đầu tiên, An hủy 2 lần lăn bóng đầu tiên và 1 lần lăn bóng cuối cùng. Anh ta còn lại các lần lăn bóng với điểm là $1, -3, 7$ và có tổng điểm là $1.1 + 2.(-3) + 3.7 = 16$.

**Subtasks:**

- Subtask 1 (30%): $n \leq 10^2$;
- Subtask 2 (30%): $n \leq 10^3$;
- Subtask 3 (40%): Không có thêm ràng buộc nào.

## Bài 3. Sản xuất nhanh

An đang làm việc trong một nhà máy và cần những cỗ máy đặc biệt để sản xuất linh kiện. Nhưng trước khi sử dụng, máy móc phải được lấy trong thành phố và giao cho nhà máy.

Bản đồ thành phố được biểu diễn như một đồ thị vô hướng có trọng số với $n$ đỉnh và $m$ cạnh, nhà máy nằm ở đỉnh số 1. Tại một số đỉnh có máy móc, máy thứ $i$ được đặc trưng bởi một bộ ba số $(v_i, h_i, t_i)$, trong đó $v_i$ là đỉnh chứa máy, $h_i$ là thời gian cần thiết để thiết lập và làm nóng máy, $t_i$ là tốc độ sản xuất linh kiện.

Nhà máy có $k$ người có thể đi lấy máy, mỗi người có thể lấy một máy. Nếu một người đã lấy một máy thì không thể đi lấy máy nữa. Như vậy, tổng cộng có thể lấy không quá $k$ máy cho nhà máy.

Tất cả các người đi lấy máy sẽ xuất phát từ nhà máy và bắt đầu cùng một lúc tại thời điểm 0. Để đến được chiếc máy, người lấy máy cần dành thời gian bằng tổng trọng số của các con đường trên đường đi ngắn nhất dẫn đến đỉnh nơi đặt máy. Nếu máy ở đỉnh 1 thì không mất thời gian để lấy nó, nhưng dù sao thì cũng cần một người lấy máy.

Khi một chiếc máy đến nhà máy, đầu tiên nó cần $h_i$ đơn vị thời gian để chuẩn bị, sau đó nó bắt đầu sản xuất liên tục một linh kiện trong $t_i$ đơn vị thời gian. Bạn hãy giúp An tính thời gian tối thiểu để sản xuất $V$ linh kiện là bao nhiêu?

**Dữ liệu:** Dòng đầu tiên chứa ba số nguyên $n, m$ và $k$ tương ứng là số đỉnh, số cạnh của đồ thị và số máy $(2 \leq n, m, k \leq 2 \times 10^5)$. Dòng thứ $i$ trong số $m$ dòng tiếp theo chứa ba số nguyên $a_i, b_i$ và $c_i$, nghĩa là giữa các đỉnh $a_i$ và $b_i$ có một cạnh với trọng số $c_i$ $(1 \leq a_i, b_i \leq n; a_i \neq b_i; 1 \leq c_i \leq 10^9)$. Dữ liệu được đảm bảo rằng tất cả các cạnh là khác nhau. Dòng tiếp theo chứa một số nguyên $s$ là số máy có trong thành phố $(1 \leq s \leq 2 \times 10^5)$. Dòng thứ $i$ trong số $s$ dòng tiếp theo chứa mô tả về chiếc máy thứ $i$, bao gồm ba số nguyên $v_i, h_i$ và $t_i$ tương ứng là đỉnh có máy, thời gian khởi động máy và thời gian sản xuất của một linh kiện $(1 \leq v_i \leq n; 1 \leq h_i, t_i \leq 10^9)$. Dòng cuối cùng chứa một số nguyên $V$ là số linh kiện cần được sản xuất $(1 \leq V \leq 10^9)$.

**Kết quả:** Ghi ra một số nguyên là thời gian tối thiểu để tạo ra $V$ linh kiện.

**Ví dụ:**

| **fast.inp** | **fast.out** |
|---|---|
| 3 3 2<br>1 2 5<br>1 3 2<br>3 2 2<br>3<br>1 15 1<br>2 1 1<br>3 3 2<br>10 | 15 |
| 4 4 4<br>4 2 5<br>1 3 3<br>3 4 16<br>2 1 9<br>10<br>3 18 8<br>1 2 12<br>4 8 19<br>2 9 15<br>2 12 2<br>4 20 4<br>3 11 14<br>2 5 3<br>4 19 1<br>1 1 20<br>3 | 26 |

**Subtasks:**

- Subtask 1 (25%): $1 \leq s \leq 10$;
- Subtask 2 (10%): $2 \leq n, m, k \leq 10^3$ và $1 \leq s \leq 10^3$;
- Subtask 3 (12%): $2 \leq n, m, k \leq 5 \times 10^4$ và $1 \leq s \leq 5 \times 10^4$;
- Subtask 4 (53%): Không có thêm ràng buộc nào.

**……..Hết……..**