

**ÔN THI  
HSG****LUYỆN TẬP****ĐỀ THI THỬ HSG SỐ 02 (BẢNG A - THPT)****Môn: Tin học***Tổng hợp đề ôn thi học sinh giỏi chất lượng***TỔNG QUAN ĐỀ THI**

| STT | Tên bài           | Tên tệp chương trình | Tên tệp dữ liệu vào | Tên tệp kết quả ra | Điểm |
|-----|-------------------|----------------------|---------------------|--------------------|------|
| 1   | Vị trí hợp lệ     | TVIS.*               | TVIS.INP            | TVIS.OUT           | 5,0  |
| 2   | Khai thác         | EXPT.*               | EXPT.INP            | EXPT.OUT           | 5,0  |
| 3   | Quy hoạch         | INVR.*               | INVR.INP            | INVR.OUT           | 4,0  |
| 4   | Đồng bộ tín hiệu  | SYNSG.*              | SYNSG.INP           | SYNSG.OUT          | 3,0  |
| 5   | Điểm hện vô tuyến | WRLS.*               | WRLS.INP            | WRLS.OUT           | 3,0  |

**Chú ý:** Dấu \* được thay thế bởi CPP, PY của ngôn ngữ lập trình được sử dụng tương ứng là C/C++ hoặc Python.

**Câu I. Vị trí hợp lệ (5,0 điểm)**

Cho một chuỗi  $S$  có độ dài  $N$  chỉ gồm các chữ cái tiếng Anh viết thường. Quy ước giá trị của mỗi ký tự tương ứng với số thứ tự của nó trong bảng chữ cái (ví dụ:  $a = 1, b = 2, \dots, z = 26$ ).

Một vị trí  $i$  ( $2 \leq i \leq N - 1$ , xét theo chỉ số bắt đầu từ 1) được gọi là vị trí hợp lệ nếu giá trị của ký tự  $S_i$  bằng đúng khoảng cách (độ chênh lệch tuyệt đối) giữa giá trị của hai ký tự đứng kề nó là  $S_{i-1}$  và  $S_{i+1}$ .

**Yêu cầu:** Hãy đếm số lượng vị trí hợp lệ trong chuỗi  $S$ .

**Dữ liệu vào từ file văn bản TVIS.INP**

- Dòng đầu tiên chứa một số nguyên  $N$  ( $3 \leq N \leq 10^5$ ) thể hiện độ dài của chuỗi.
- Dòng thứ hai chứa chuỗi  $S$  gồm  $N$  chữ cái tiếng Anh viết thường.

**Kết quả ghi ra file văn bản TVIS.OUT:**

- In ra một số nguyên duy nhất là số lượng vị trí hợp lệ tìm được.

**Ví dụ:**

| TVIS.INP    | TVIS.OUT | Giải thích                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
|-------------|----------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 6<br>kdoabc | 2        | <p>Chuỗi <math>S</math> có độ dài <math>N = 6</math>. Xét các vị trí <math>i</math> từ 2 đến 5:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Tại <math>i = 2</math> (ký tự <b>d</b>, giá trị 4): Kề với <b>k</b> (11) và <b>o</b> (15). Ta có <math> 11 - 15  = 4</math>. Vị trí này hợp lệ.</li> <li>Tại <math>i = 3</math> (ký tự <b>o</b>, giá trị 15): Kề với <b>d</b> (4) và <b>a</b> (1). Ta có <math> 4 - 1  = 3 \neq 15</math>. Không hợp lệ.</li> <li>Tại <math>i = 4</math> (ký tự <b>a</b>, giá trị 1): Kề với <b>o</b> (15) và <b>b</b> (2). Ta có <math> 15 - 2  = 13 \neq 1</math>. Không hợp lệ.</li> <li>Tại <math>i = 5</math> (ký tự <b>b</b>, giá trị 2): Kề với <b>a</b> (1) và <b>c</b> (3). Ta có <math> 1 - 3  = 2</math>. Vị trí này hợp lệ.</li> </ul> <p>Có tổng cộng 2 vị trí hợp lệ trong chuỗi <math>S</math>.</p> |

**Câu II. Khai thác (5,0 điểm)**

Cho một tập hợp gồm  $n$  mẫu quặng, mẫu thứ  $i$  có mức năng lượng là một số nguyên dương  $a_i$ . Ta gọi  $C(x)$  là chi phí tính chế một mẫu quặng có năng lượng  $x$  để nó trở nên tinh khiết. Chi phí này được tính bằng khoảng cách từ

$x$  đến số nguyên tố gần nhất. Nói cách khác  $C(x) = \min(|x - p|)$  với  $p$  là một số nguyên tố.

Có  $Q$  đội kỹ sư đến khai thác, đội thứ  $j$  được cấp một mức ngân sách là  $S_j$ . Mỗi đội muốn chọn ra nhiều mẫu quặng nhất có thể từ tập hợp ban đầu để tinh chế sao cho tổng chi phí không vượt quá  $S_j$ .

(Lưu ý: Các đội làm việc độc lập và đều được quyền xét trên toàn bộ  $n$  mẫu quặng ban đầu).

**Yêu cầu:** Hãy xác định số lượng mẫu quặng tối đa mà mỗi đội có thể tinh chế.

**Dữ liệu vào từ file văn bản EXPT.INP:**

- Dòng đầu tiên gồm hai số nguyên  $n$  và  $Q$  ( $1 \leq n, Q \leq 10^5$ ).
- Dòng thứ hai chứa  $n$  số nguyên dương  $a_i$  ( $1 \leq a_i \leq 10^5$ ).
- $Q$  dòng tiếp theo, dòng thứ  $j$  chứa một số nguyên  $S_j$  ( $0 \leq S_j \leq 10^{14}$ ).

**Kết quả ghi ra file văn bản EXPT.OUT:**

- Gồm  $Q$  dòng, dòng thứ  $j$  ghi một số nguyên duy nhất là số lượng quặng tối đa đội thứ  $j$  tinh chế được.

**Ví dụ:**

| EXPT.INP     | EXPT.OUT |
|--------------|----------|
| 5 3          | 1        |
| 24 15 2 8 33 | 3        |
| 0            | 5        |
| 3            |          |
| 10           |          |

**Ràng buộc:**

- 50% số test tương ứng với 50% số điểm có  $n, Q \leq 10^3$ .
- 50% số test tương ứng với 50% số điểm còn lại không có giới hạn gì thêm.

**Câu III. Giao thức (4,0 điểm)**

Kiến trúc sư Phú Vinh đang quy hoạch một hệ thống gồm  $n$  trạm phát sóng trên mặt phẳng tọa độ 2D.

Trạm thứ  $i$  được đặt tại tọa độ  $(x_i, y_i)$ .

Để đảm bảo kết nối mạng ổn định, độ trễ của toàn bộ hệ thống được đánh giá bằng khoảng cách Manhattan lớn nhất giữa hai trạm bất kỳ. Khoảng cách Manhattan giữa hai điểm  $(x_i, y_i)$  và  $(x_j, y_j)$  được tính bằng công thức:

$$|x_i - x_j| + |y_i - y_j|$$

Nhận thấy độ trễ hiện tại có thể đang quá lớn, Phú Vinh quyết định sử dụng một đặc quyền quy hoạch duy nhất: Anh được phép chọn chính xác một trạm phát sóng và hoán đổi tọa độ  $x$  và  $y$  của trạm đó cho nhau (tức là dời trạm thứ  $i$  từ vị trí ban đầu  $(x_i, y_i)$  sang vị trí mới  $(y_i, x_i)$ ).

**Yêu cầu:** Hãy giúp Phú Vinh tìm độ trễ hệ thống nhỏ nhất có thể đạt được sau khi thực hiện hoán đổi tọa độ của đúng 1 trạm.

**Dữ liệu vào từ file văn bản INVR.INP**

- Dòng đầu tiên chứa số nguyên dương  $n$  ( $3 \leq n \leq 2 \times 10^5$ ).
- $n$  dòng tiếp theo, dòng thứ  $i$  gồm 2 số nguyên  $x_i, y_i$  ( $1 \leq x_i, y_i \leq 10^9$ ) là tọa độ ban đầu của trạm thứ  $i$ .

**Kết quả ghi ra file văn bản INVR.OUT:**

- In ra một số nguyên duy nhất là giá trị độ trễ nhỏ nhất có thể.

**Ràng buộc:**

- 40% số test tương ứng với 40% số điểm có  $n \leq 100$ .
- 40% số test tương ứng với 40% số điểm có  $n \leq 2000$ .
- 20% số test tương ứng với 20% số điểm còn lại không có giới hạn gì thêm.

**Ví dụ:**

| INVR.INP               | INVR.OUT | Giải thích                                                                                                                                                                                 |
|------------------------|----------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 3<br>1 5<br>4 2<br>2 6 | 2        | Hệ thống ban đầu gồm 3 trạm: $A(1, 5), B(4, 2), C(2, 6)$ . Độ trễ ban đầu là 6 (khoảng cách giữa A và B: $ 1 - 4  +  5 - 2  = 6$ ).<br>Chọn đảo trục trạm B từ $(4, 2)$ thành $B'(2, 4)$ . |

|  |  |                                                                                                                                                                                         |
|--|--|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  |  | Hệ thống mới gồm: $A(1, 5), B'(2, 4), C(2, 6)$ .<br>Lúc này, khoảng cách lớn nhất giữa bất kỳ cặp điểm nào cũng chỉ còn đúng bằng 2 (ví dụ giữa $B'$ và $C$ : $ 2 - 2  +  4 - 6  = 2$ ) |
|--|--|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

#### Câu IV. Đồng bộ tín hiệu (3,0 điểm)

Hệ thống mạng nhận được hai chuỗi dữ liệu  $S$  và  $T$  trong quá trình truyền tải tín hiệu. Mỗi chuỗi bao gồm các chữ cái tiếng Anh in thường, trong đó mỗi chữ cái đại diện cho một gói tin mang một giá trị nguyên từ 0 đến 25 (quy ước:  $val(a) = 0, val(b) = 1, \dots, val(z) = 25$ ).

Để phân tích và đồng bộ dữ liệu, bạn cần tìm ra một dãy con từ  $S$  và một dãy con từ  $T$  sao cho hai dãy con này hoàn toàn khớp nhau (từng vị trí có cùng ký tự).

Hệ thống có một cơ chế xử lý nhiễu đặc biệt: *khi trích xuất tín hiệu, thay vì chỉ lấy nguyên bản từng ký tự, bạn có thể gộp hai ký tự đứng liền kề nhau trong chuỗi gốc thành một ký tự duy nhất. Ký tự mới được tạo ra sẽ có giá trị bằng tổng giá trị của hai ký tự ban đầu, lấy phần dư cho 26 (mod 26).*

Cụ thể, nếu gộp  $c_1$  và  $c_2$  liền kề, ta thu được ký tự có giá trị:  $(val(c_1) + val(c_2)) \bmod 26$ .

Lưu ý:

- Dãy con thu được bằng cách bỏ qua (xóa) một số ký tự trong chuỗi ban đầu, nhưng phải giữ nguyên thứ tự của các ký tự được giữ lại.
- Hai ký tự được gộp bắt buộc phải đứng cạnh nhau ngay từ đầu trong chuỗi gốc (bạn KHÔNG thể xóa ký tự ở giữa rồi gộp hai ký tự ở hai bên).
- Mỗi ký tự trong chuỗi gốc chỉ được sử dụng tối đa một lần.

**Ví dụ:**

Hệ thống nhận được  $S = \mathbf{ceafp}$  và  $T = \mathbf{gfxih}$ . Bạn có thể đồng bộ được một chuỗi tín hiệu chung có độ dài là 3 (chuỗi  $\mathbf{gfp}$ ) thông qua các bước trích xuất sau:

- **Vị trí 1:** Ở  $S$ , gộp  $\mathbf{c}$  (2) và  $\mathbf{e}$  (4) thành tín hiệu  $\mathbf{g}$  (6). Ở  $T$ , lấy nguyên bản tín hiệu  $\mathbf{g}$ . Hai bên khớp nhau!
- **Vị trí 2:** Ở  $S$ , bỏ qua nhiễu  $\mathbf{a}$ , lấy nguyên bản tín hiệu  $\mathbf{f}$ . Ở  $T$ , lấy nguyên bản tín hiệu  $\mathbf{f}$ . Hai bên khớp nhau!
- **Vị trí 3:** Ở  $S$ , lấy nguyên bản tín hiệu  $\mathbf{p}$ . Ở  $T$ , bỏ qua nhiễu  $\mathbf{x}$ , chọn gộp  $\mathbf{i}$  (8) và  $\mathbf{h}$  (7) thành tín hiệu  $\mathbf{p}$  (vì  $8 + 7 = 15$ ). Hai bên khớp nhau!

**Yêu cầu:** Cho trước hai chuỗi  $S$  và  $T$ , hãy tính độ dài lớn nhất của chuỗi tín hiệu chung mà bạn có thể đồng bộ được.

**Dữ liệu vào từ file văn bản SYNSG.INP**

- Dòng thứ nhất chứa chuỗi  $S$  ( $1 \leq |S| \leq 2000$ ).
- Dòng thứ hai chứa chuỗi  $T$  ( $1 \leq |T| \leq 2000$ ).
- Dữ liệu đảm bảo cả hai chuỗi chỉ chứa chữ cái tiếng Anh in thường.

**Kết quả ghi ra file văn bản SYNSG.OUT:**

- In ra một số nguyên duy nhất là độ dài của dãy con chung dài nhất có thể đạt được.

**Ràng buộc:**

- 40% số test tương ứng với 40% số điểm có  $1 \leq |S|, |T| \leq 20$ .
- 40% số test tương ứng với 40% số điểm tiếp theo có  $|T| = 1$ .
- 20% số test tương ứng với 20% số điểm còn lại không có giới hạn gì thêm.

**Ví dụ:**

| SYNSG.INP                            | SYNSG.OUT | Giải thích                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
|--------------------------------------|-----------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\mathbf{xckabc}$<br>$\mathbf{fhyd}$ | 2         | $S = \mathbf{xckabc}$ và $T = \mathbf{fhyd}$ . Chuỗi chung dài 2 là $\mathbf{md}$ :<br><ul style="list-style-type: none"> <li>- Ký tự <math>\mathbf{m}</math> (12): Ở <math>S</math> bỏ qua <math>\mathbf{x}</math>, gộp <math>\mathbf{c}</math> (2) và <math>\mathbf{k}</math> (10). Ở <math>T</math> gộp <math>\mathbf{f}</math> (5) và <math>\mathbf{h}</math> (7).</li> <li>- Ký tự <math>\mathbf{d}</math> (3): Ở <math>S</math> bỏ qua <math>\mathbf{a}</math>, gộp <math>\mathbf{b}</math> (1) và <math>\mathbf{c}</math> (2). Ở <math>T</math> bỏ qua <math>\mathbf{y}</math>, lấy nguyên bản <math>\mathbf{d}</math>.</li> </ul> |

**Câu V. Điểm hẹn vô tuyến (3,0 điểm)**

Một khu vực thử nghiệm hình chữ nhật được chia thành lưới tọa độ  $M \times N$ , gồm  $M$  hàng (đánh số từ 1 đến  $M$  từ trên xuống) và  $N$  cột (đánh số từ 1 đến  $N$  từ trái sang). Ban đầu, khu vực này hoàn toàn trống trải và mức độ nhiễu sóng tại mọi ô đều bằng 0. Hệ thống có  $K$  tháp phát nhiễu. Tháp thứ  $i$  được đặt tại ô  $(r_i, c_i)$ , có bán kính phát sóng  $R_i$  và cường độ nhiễu  $B_i$ . Một ô  $(x, y)$  sẽ bị chịu ảnh hưởng thêm cường độ  $B_i$  từ tháp này nếu khoảng cách hình học giữa ô đó và tháp không vượt quá  $R_i$ . Nói cách khác, ô  $(x, y)$  nằm trong vùng phủ sóng nếu:

$$(x - r_i)^2 + (y - c_i)^2 \leq R_i^2$$

Mức độ nhiễu sóng của một ô là tổng cường độ nhiễu từ tất cả các tháp phủ sóng tới nó. Hệ thống quy định rằng, bất kỳ ô nào có mức độ nhiễu sóng  $\geq P$  sẽ trở thành *Vùng chết*. Các ô có mức độ nhiễu sóng  $< P$  là *Vùng An Toàn*.

Có hai robot tình báo A và B đang cần gặp nhau:

- Robot A xuất phát từ ô  $(1, 1)$ .
- Robot B xuất phát từ ô  $(1, N)$ .
- (Dữ liệu luôn đảm bảo hai ô xuất phát là *Vùng An Toàn*).

Mỗi giây, mỗi robot có thể thực hiện một trong hai hành động một cách độc lập:

1. Di chuyển sang một ô kề cạnh (trên, dưới, trái, phải) với điều kiện ô đó phải là *Vùng An Toàn*.
2. Đứng yên tại ô hiện tại để chờ đợi.

**Yêu cầu:** Hãy tính khoảng thời gian (số giây) ngắn nhất để hai robot có mặt tại cùng một *Vùng An Toàn* bất kỳ. Nếu không có cách nào để hai robot gặp nhau, in ra -1.

**Dữ liệu vào từ file văn bản WRLS.INP**

- Dòng đầu tiên chứa 4 số nguyên  $M, N, K, P$  ( $1 \leq M, N \leq 1000$ ;  $1 \leq K \leq 10^4$ ;  $1 \leq P \leq 10^9$ ).
- $K$  dòng tiếp theo, mỗi dòng chứa 4 số nguyên  $r_i, c_i, R_i, B_i$  ( $1 \leq r_i \leq M$ ;  $1 \leq c_i \leq N$ ;  $0 \leq R_i \leq 2000$ ;  $1 \leq B_i \leq 1000$ ).

**Kết quả ghi ra file văn bản WRLS.OUT:**

- In ra một số nguyên duy nhất là số giây ít nhất để hai robot gặp nhau, hoặc -1 nếu không thể.

**Ràng buộc:**

- 30% số test tương ứng với 30% số điểm có  $M, N \leq 50$ ;  $K \leq 100$ ;  $R \leq 50$ .
- 30% số test tương ứng với 30% số điểm có  $M = 1$ .
- 20% số test tương ứng với 20% số điểm có  $M, N \leq 300$ ;  $K \leq 1000$ ;  $R \leq 300$ .
- 20% số test còn lại tương ứng với 20% số điểm còn lại không có giới hạn gì thêm.

**Ví dụ:**

| WRLS.INP                                           | WRLS.OUT | Giải thích                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
|----------------------------------------------------|----------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <pre> 5 5 1 10 3 3 1 15                     </pre> | 2        | <p>Bản đồ sẽ có dạng:</p> <pre> . . . . . . . # . . . # # # . . . # . . . . . . .                     </pre> <p>Ô chết là #, vùng an toàn là .</p> <p>Robot A xuất phát tại <math>(1, 1)</math>, Robot B tại <math>(1, 5)</math>. Để gặp nhau nhanh nhất, cả 2 sẽ di chuyển theo hàng ngang trên cùng.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Robot A mất 2 giây để đến ô <math>(1, 3)</math>.</li> <li>- Robot B mất 2 giây để đến ô <math>(1, 3)</math>.</li> </ul> <p>Cả hai gặp nhau tại <math>(1, 3)</math> sau 2 giây.</p> |

----- Hết -----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm; các dữ liệu vào là đúng đắn không cần kiểm tra; làm bài với các tên tệp đúng như quy định trong đề.