

ĐỀ THI HSG VÙNG DUYÊN HẢI VÀ ĐỒNG BẰNG BẮC BỘ LẦN THỨ XIV

(Đề thi do trường THPT Chuyên Thái Bình đề xuất)

Môn: Tin học – Lớp: 10

Thời gian làm bài: 180 phút

TỔNG QUAN VỀ BÀI THI

STT	Tên bài	File chương trình	File dữ liệu vào	File kết quả	Điểm
1	Cặp số tương đồng	SAMEPAIR.*	SAMEPAIR.INP	SAMEPAIR.OUT	7
2	Dãy con tăng dài nhất	LIS.*	LIS.INP	LIS.OUT	6
3	Dãy ngoặc	BRACKET.*	BRACKET.INP	BRACKET.OUT	7

Dấu * được thay thế bởi PAS hoặc CPP của ngôn ngữ lập trình được sử dụng tương ứng là Pascal hoặc C++

Hãy lập trình giải các bài toán sau:

Bài 1: Cặp số tương đồng (6 điểm)

Hai số nguyên dương A và B được gọi là một cặp số tương đồng nếu như chúng có chung tập các ước nguyên tố.

Ví dụ: 12 và 18 là cặp số tương đồng vì có chung tập ước nguyên tố là $\{2, 3\}$.

Yêu cầu: Cho trước hai số nguyên dương L và R , hãy đếm số lượng cặp tương đồng A và B mà $L \leq A < B \leq R$.

Dữ liệu: vào từ file văn bản SAMEPAIR.INP

- Gồm một dòng duy nhất chứa hai số nguyên dương L và R ($L < R \leq 10^6$).

Kết quả: ghi ra file văn bản SAMEPAIR.OUT một số nguyên duy nhất là kết quả bài toán.

Ví dụ:

SAMEPAIR.INP	SAMEPAIR.OUT	Giải thích
1 10	4	Có 4 cặp số tương đồng đó là: $\{2, 4\}$, $\{2, 8\}$, $\{3, 9\}$, $\{4, 8\}$

Ràng buộc:

- Có 60% số test ứng với 60% số điểm của bài có $R - L \leq 1000$
- 40% số test còn lại ứng với 40% số điểm của bài không giới hạn gì thêm.

Bài 2: Dãy con tăng dài nhất (7 điểm)

Dãy con tăng dài nhất của dãy $a_1, a_2, \dots, a_n$ là dãy $1 \leq p_1 < p_2 < \dots < p_k \leq n$ (trong đó k là số nguyên lớn nhất) sao cho $a_{p_1} < a_{p_2} < \dots < a_{p_k}$. Sau khi được học về bài toán dãy con tăng dài nhất, là một học sinh thông minh, thích khám phá nhiều điều mới lạ nên An đã thay đổi một chút nội dung của bài toán này. Trước tiên, An chọn một đoạn con liên tiếp trong dãy $a_1, a_2, \dots, a_n$ và một số nguyên d ($-x \leq d \leq x$). An thực hiện tăng giá trị các phần tử trong đoạn con đó lên d (d có thể bằng 0). Sau phép biến đổi, độ dài của dãy con tăng dài nhất sẽ dài hơn và An muốn biết độ dài này là bao nhiêu. Các bạn hãy viết chương trình giúp An nhé!

Dữ liệu: vào từ file văn bản LIS.INP

- Dòng đầu gồm hai số nguyên n và x ($1 \leq n \leq 200000$; $0 \leq x \leq 10^9$) lần lượt là độ dài của dãy ban đầu và giới hạn cho giá trị d .
- Dòng thứ hai gồm n số nguyên $a_1, a_2, \dots, a_n$ ($1 \leq a_i \leq 10^9, i = 1..n$)

Các số trên một dòng của input file được ghi cách nhau bởi dấu cách.

Kết quả: ghi ra file văn bản LIS.OUT một số nguyên duy nhất là độ dài của dãy con tăng dài nhất sau phép biến đổi.

Ví dụ:

LIS.INP	LIS.OUT
8 10 7 3 5 12 2 7 3 4	5

Ràng buộc:

- 30% số điểm tương ứng với 30% số test có $n \leq 1000$;
- 30% số điểm tương ứng với 30% số test có $x = 0$;
- 40% số điểm tương ứng với 40% số test không có ràng buộc gì thêm.

Bài 3: Dãy ngoặc (7 điểm)

Một dãy ngoặc được hợp lệ là 1 chuỗi các kí tự chỉ bao gồm những kí tự ngoặc đóng, ngoặc mở và thỏa mãn một trong những điều kiện sau:

- Là dãy ngoặc rỗng
- Nếu nó có thể biểu diễn dưới dạng (S) , $[S]$ và $\{S\}$ với S là một dãy ngoặc hợp lệ
- Nếu nó là một chuỗi được tạo ra bằng cách ghép 2 dãy ngoặc hợp lệ. Ví dụ A và B là dãy ngoặc hợp lệ thì AB cũng được coi là hợp lệ

Sau khi làm xong một số bài toán về bài toán dãy ngoặc, An đã viết một dãy ngoặc hợp lệ ra tờ giấy trên bàn học của mình rồi cậu chạy đi chơi với đám bạn. Trong lúc anh không có nhà, Bình – cậu em trai hiếu động của An đã lấy tờ giấy mà An đã viết dãy ngoặc lúc trước ra nghịch ngợm và làm dính mực ra 1 vài kí tự trong dãy. Khi trở về nhà, An đã không trách em

khi biết được điều gì đã xảy ra. Bắt chọt trong đầu cậu chọt lóe ra một câu hỏi, có bao nhiêu cách có thể để tạo ra dãy ngoặc hợp lệ bằng cách thay thế những kí tự bị dính mực.

Bạn hãy cùng giúp An trả lời câu hỏi này nhé. Vì kết quả có thể rất lớn, nên bạn chỉ cần output ra 5 chữ số cuối của kết quả.

Dữ liệu: vào từ file văn bản BRACKET.INP

- Dòng đầu tiên chứa số nguyên dương N là độ dài của dãy ngoặc.
- Dòng thứ 2 thể hiện dãy ngoặc với các kí tự ngoặc $(,), [,], \{, \}$ và dấu $?$ thể hiện những kí tự bị lem mực.

Kết quả: ghi ra file văn bản BRACKET.OUT

- In ra 5 chữ số cuối của số cách có thể để tạo ra những dãy ngoặc hợp lệ từ dãy ngoặc lem mực ban đầu.

Ví dụ:

BRACKET.INP	BRACKET.OUT
8 [{}???)]	10
24 {[{}??[{}???)?)}???????	15106

Ràng buộc:

- 40% số test có $N \leq 50$ và số dấu hỏi bé hơn 10
- 60% test còn lại $2 \leq N \leq 200$

-----Hết-----