HỘI THI TIN HỌC TRẺ TOÀN QUỐC
Năm 2023

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ THI BẢNG C2 – TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

Thời gian làm bài 180 phút, không kể thời gian phát đề

Địa điểm thi: Trường THPT Hòn Gai

TỔNG QUAN

	Tên bài	Mã bài	Điểm
Bài 1	Tìm điểm	fp.*	100 điểm
Bài 2	Trò chơi kAND	kand.*	100 điểm
Bài 3	Giá trị vượt trội	doval.*	100 điểm

***Hãy lập trình giải các bài toán sau*:**

Bài 1. Tìm điểm (100 điểm)

Cho $n+1$ hình chữ nhật trên mặt phẳng Oxy, các hình chữ nhật đều có các cạnh song song hoặc vuông góc với trục toạ độ. Hãy tìm điểm (x, y) nằm trong ít nhất n hình chữ nhật đã cho. Điểm (x, y) được gọi là nằm trong hình chữ nhật xác định bởi hai điểm (x_1, y_1) và (x_2, y_2) nếu:

- ✓ $\min(x_1, x_2) \le x \le \max(x_1, x_2)$;
- ✓ $\min(y_1, y_2) \le y \le \max(y_1, y_2)$.

Dữ liệu: Vào từ thiết bị vào chuẩn có dạng:

- Dòng đầu chứa số nguyên n ($1 \le n \le 2 \times 10^5$)
- $n+1$ dòng tiếp theo, mỗi dòng chứa bốn số nguyên x_1, y_1, x_2, y_2 ($0 \le x_1, x_2, y_1, y_2 \le 10^9$) mô tả hai điểm (x_1, y_1) và (x_2, y_2) là hai góc của hình chữ nhật, dữ liệu đảm bảo hai điểm này là phân biệt.

Kết quả: Ghi ra thiết bị ra chuẩn hai số nguyên x, y là toạ độ của điểm nằm trong ít nhất n hình chữ nhật, nếu có nhiều điểm thoả mãn thì đưa ra điểm có x nhỏ nhất, nếu có nhiều điểm thoả mãn có cùng x nhỏ nhất thì đưa ra điểm có y nhỏ nhất. Nếu không có điểm nào thỏa mãn chỉ ghi -1.

Ví dụ:

Input	Output
2 1 1 2 3 2 2 3 1 3 6 0 4	2 1

Subtask 1 (25 điểm): $x_1, x_2, y_1, y_2 \le 20$;
Subtask 2 (25 điểm): $x_1, x_2, y_1, y_2 \le 2000$;
Subtask 3 (25 điểm): $n \le 2000$;
Subtask 4 (25 điểm): Không có ràng buộc gì thêm.

Bài 2. Trò chơi kAND (100 điểm)

Alice và Bob cùng chơi một trò chơi trên dãy số nguyên. Alice luôn muốn nhanh chóng tìm được một đoạn gồm các phần tử liên tiếp mà khi tính AND (&) của các phần tử đó bằng 0. Bob thì tìm cách thay đổi các số để làm khó Alice. Cụ thể, Bob muốn nhờ bạn lập trình giải bài toán sau:

Cho số nguyên k ($1 \le k \le n$) và hai dãy số a và c cùng có độ dài n. Với mỗi vị trí i ($1 \le i \le n$), ta có thể thay đổi a_i thành giá trị bất kì với chi phí là c_i. Tìm tổng chi phí nhỏ nhất để thay đổi dãy a sao cho a_i & a_{i+1} & ... & $a_{i+k-1} = 0$ với mọi $1 \le i \le n - k + 1$.

Nhắc lại, Phép toán AND (có kí hiệu là &) được định nghĩa như sau: Kết quả của phép toán AND giữa hai số nguyên không âm x và y là một số nguyên không âm z trong đó bit thứ i trong biểu diễn nhị phân của z sẽ là 1 khi và chỉ khi bit thứ i trong biểu diễn nhị phân của x và y đồng thời bằng 1, ngược lại bit thứ i trong biểu diễn nhị phân của z sẽ là 0.

Dữ liệu: Vào từ thiết bị vào chuẩn với dòng đầu tiên là một số nguyên t ($1 \le t \le 10^6$) cho biết số bộ dữ liệu, tiếp theo mỗi bộ có khuôn dạng:

- Dòng đầu tiên gồm hai số nguyên n và k ($1 \le k \le n \le 10^6$).
- Dòng thứ hai gồm n số nguyên $a_1, a_2, \dots, a_n$ ($0 \le a_i < 2^{30}$).
- Dòng cuối cùng gồm n số nguyên $c_1, c_2, \dots, c_n$ ($0 \le c_i < 2^{30}$).
  Dữ liệu đảm bảo tổng các giá trị của n trong các bộ dữ liệu không vượt quá 10^6.

Kết quả: Ghi ra thiết bị ra chuẩn gồm t dòng, mỗi dòng tương ứng là tổng chi phí nhỏ nhất tìm được của bộ dữ liệu xuất hiện trong dữ liệu vào.

Ví dụ:

Input	Output
1 5 2 1 2 3 2 1 3 2 5 2 3	4

Subtask 1 (20 điểm): Tổng các giá trị của n trong t bộ dữ liệu không vượt quá 20;
Subtask 2 (20 điểm): $c_i \le 1$ với mọi $1 \le i \le n$;
Subtask 3 (30 điểm): Tổng các giá trị của n trong t bộ dữ liệu không vượt quá 5000;
Subtask 4 (30 điểm): Không có ràng buộc gì thêm.

Bài 3. Giá trị vượt trội (100 điểm)

Cho một cây gồm n đỉnh với đỉnh 1 làm gốc. Mỗi $1 \le i \le n$ có một số nguyên c_i gọi là màu của đỉnh i. Bạn cần xử lý q truy vấn thuộc một trong hai dạng sau:

1) "1 u x": Thay đổi màu của đỉnh u thành x, nghĩa là $c_u = x$;
2) "2 k u_1 u_2 ... u_k": Xét tập hợp gồm màu của các đỉnh nằm trong các cây con $u_1, u_2, \dots, u_k$ (các đỉnh xuất hiện nhiều lần được tính nhiều lần). Gọi số lượng phần tử của tập là S, tìm màu vượt trội trong tập này, cụ thể là màu xuất hiện nhiều hơn $S/2$ lần.

Dữ liệu: Vào từ thiết bị vào chuẩn có khuôn dạng:

- Dòng đầu gồm hai số nguyên n và q ($1 \le n, q \le 10^6$);
- Dòng thứ hai gồm n số nguyên dương $c_1, c_2, \dots, c_n$ ($1 \le c_i \le n$);
- Mỗi dòng trong $n - 1$ dòng tiếp theo gồm hai số nguyên u và v ($1 \le u, v \le n$) thể hiện có cạnh nối giữa u và v trên cây.
- Mỗi dòng trong q dòng tiếp theo là một truy vấn thuộc một trong hai dạng đã mô tả;
  Dữ liệu đảm bảo tổng các giá trị k của các truy vấn loại 2 không vượt quá 10^6.

Kết quả: Ghi ra thiết bị ra chuẩn, đối với mỗi truy vấn loại 2, ghi ra màu vượt trội hoặc -1 nếu không tồn tại.

Ví dụ:

Input	Output
5 3 1 2 3 1 2 1 2 2 3 3 4 4 5 2 2 1 2 1 3 2 2 2 1 2	-1 2

Gọi S_k là tổng k qua các truy vấn loại 2.
Subtask 1 (10 điểm): $n, S_k \leq 500$; $c_i \leq 10$.
Subtask 2 (10 điểm): $n, S_k \leq 5000$; $c_i \leq 10$.
Subtask 3 (20 điểm): $n, S_k \leq 100000$; $c_i \leq 10$.
Subtask 4 (20 điểm): $n, S_k \leq 100000$.
Subtask 5 (20 điểm): Không có truy vấn loại 1.
Subtask 6 (20 điểm): Không có điều kiện gì thêm.

---------- Hết ----------