

**TỔNG QUAN ĐỀ THI**

| Bài | Tên bài       | File chương trình | Input/Output   | Điểm |
|-----|---------------|-------------------|----------------|------|
| 1   | Chim cánh cụt | PENGU.*           | Thiết bị chuẩn | 7,0  |
| 2   | Xếp Lego      | LEGO.*            | Thiết bị chuẩn | 7,0  |
| 3   | Trồng cây     | PLANT.*           | Thiết bị chuẩn | 6,0  |

Dấu \* được thay bởi PAS hoặc CPP tương ứng với ngôn ngữ lập trình Pascal hoặc C++.  
Hãy lập trình giải các câu sau:

**Câu 1. (7,0 điểm): Chim cánh cụt**

Chú chim cánh cụt Pengu sống ở Bắc Cực cùng các bạn bè mình, mặc dù không bay được như các loài chim khác, nhưng các chú chim cánh cụt lại rất thích được bay lượn trên bầu trời. Pengu đã quyết định thực hiện ước mơ đó cùng các bạn của mình. Thật may mắn là nơi Pengu sinh sống lại có N đỉnh núi băng được đánh số từ 1 đến N, đỉnh núi thứ  $i$  có độ cao  $H_i$ .

Pengu quyết định chọn 3 đỉnh núi  $x, y, z$ . Chú chim dự định sẽ đặt cầu trượt tại  $y$  và có thể trượt về phía đỉnh  $x, z$ . Để tránh va chạm khi các bạn sử dụng cầu trượt, Pengu đã quyết định chọn  $x, z$  ở hai phía của  $y$  và độ cao cũng thấp hơn độ cao tại  $y$ . Pengu đã suy tính rất kỹ và đã lên các phương án để tìm các đỉnh  $(x, y, z)$  sao cho  $1 \leq x < y < z \leq n$  và  $H_x < H_y, H_z < H_y$ .

Hỏi có bao nhiêu cách chọn  $(x, y, z)$  thỏa mãn yêu cầu?

Input: Dòng đầu tiên ghi số  $N$  ( $3 \leq N \leq 3.10^5$ ).

Dòng tiếp theo ghi N số  $H_1, H_2, \dots, H_N$  ( $0 \leq H_i \leq 10^{18}$ ) là độ cao các đỉnh núi băng.

Output: Số lượng cách chọn  $(x, y, z)$  thỏa mãn  $1 \leq x < y < z \leq n$  và  $H_x < H_y, H_z < H_y$ .

Ví dụ:

| Input                    | Output | Giải thích                                                                            |
|--------------------------|--------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| 5<br>0 1 1 0 1           | 2      | Có thể chọn bộ chỉ số (1,2,4) và (1,3,4)                                              |
| 6<br>500 20 900 0 900 70 | 7      | Các bộ: (1, 3, 4), (1, 3, 6), (1, 5, 6), (2, 3, 4), (2, 3, 6), (2, 5, 6) và (4, 5, 6) |

Subtask 1: 15% test có  $H_i$  không giảm, tức là  $H_i \leq H_{i+1}$  với mọi  $1 \leq i < N$ ;

Subtask 2: 35% test có  $N \leq 500$ ;

Subtask 3: 30% test có  $N \leq 10^4$ ;

Subtask 4: 20% test còn lại không có giới hạn gì thêm.

## Câu 2. (7,0 điểm): Xếp Lego

Chuẩn bị sinh nhật lần thứ 9, Tí được bố mua cho bộ xếp hình Lego mới nhất. Có tất cả  $N$  miếng Lego hình hộp lập phương có kích thước giống hệt nhau, khối thứ  $i$  đánh số  $i$  trên đó. Tí đã thử một nhiệm vụ là xếp các khối để tạo thành một bức tường. Cậu ta xếp thành một bức tường trên  $K$  ô vuông ban đầu, mỗi ô có kích thước bằng một Lego. Cách xây bức tường của Tí theo quy tắc như sau:

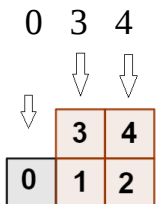
- Đầu tiên đặt khối 1 lên một chỗ trống bất kì.
- Với mỗi khối từ 2 đến  $N$ , cậu ta đặt lên một cột cạnh với cột vừa đặt khối trước đó. Nếu cột đó là trống thì khối đó sẽ là khối đầu tiên, nếu cột đó đã có các khối Lego khác ở dưới thì nó đặt lên cao nhất của cột đó.

Sau khi xếp hết  $N$  khối Lego thì Tí viết ra giấy  $K$  số là chỉ số các khối Lego trên cao nhất, nếu cột nào chưa được xếp khối Lego vào thì nó là 0. Nhưng lưu ý là các khối phải xếp vào cột bên cạnh của khối ngay trước đó.

**Input:** Một dòng chỉ gồm hai số  $N, K$  là số khối Lego và số ô để xếp ( $2 \leq N, K \leq 5000$ ).

**Output:** Số cách xếp khác nhau khi Tí viết  $K$  số trên cùng ra giấy. Do kết quả có thể rất lớn, nên hãy in ra đáp số sau khi đã chia dư cho  $10^9 + 7$ .

**Ví dụ:**

| Input | Output | Giải thích                                                                                                                    |                                                                                      |
|-------|--------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|
| 4 3   | 8      | (0, 3, 4), (2, 3, 4), (0, 4, 3), (1, 4, 3),<br>(4, 3, 0), (4, 3, 2), (3, 4, 0), (3, 4, 1).<br>Ví dụ cách đặt (0,3,4) như sau: |  |

Subtask 1: 20% test có  $N, K \leq 18$ ;

Subtask 2: 30% test có  $N, K \leq 50$ ;

Subtask 3: 30% test có  $N, K \leq 500$ ;

Subtask 4: 20% test còn lại không có thêm ràng buộc gì.

## Câu 3. (6,0 điểm): Trồng cây

Cho một đồ thị dạng cây. Ban đầu, cây có  $n = 1$  đỉnh, đỉnh gốc đó được đánh số 0. Chúng ta có  $q$  truy vấn, mỗi truy vấn sẽ thực hiện một hành động thuộc một trong ba loại sau:

Loại 1: “+  $u$ ” ( $0 \leq u < n$ ): Tạo đỉnh mới có nhãn đánh số  $i = n$ , sau đó  $n$  tăng thêm 1 đơn vị. Nối đỉnh  $i$  vào đỉnh  $u$ , và lúc này  $u$  sẽ là cha của  $i$ .

Loại 2: “-  $u$ ” ( $0 \leq u < n$ ): Xóa bỏ cây con gốc  $u$ .

Loại 3: “?  $u$ ” ( $0 \leq u < n$ ): Đếm và cho biết số lượng đỉnh trong cây con gốc  $u$ , bao gồm chính đỉnh  $u$ .

Với mỗi truy vấn loại 3, bạn hãy in ra kết quả của câu hỏi đó.

**Input:**

Dòng đầu tiên gồm số  $q$  ( $1 \leq q \leq 10^5$ ).

$q$  dòng tiếp theo, dòng thứ  $i$  lần lượt chứa ký tự  $c$  và số  $u$ , cho biết nội dung của truy vấn. Đề bài đảm bảo các điều kiện sau tại ngay trước thời điểm hỏi của mỗi truy vấn:  $c \in \{+, -, ?\}, 0 \leq u < n$  và  $u$  chưa bị xóa.

Output: Với lần lượt mỗi truy vấn loại 3, in ra một dòng một số duy nhất là kết quả truy vấn.

Ví dụ:

| Input | Output |
|-------|--------|
| 7     | 2      |
| + 0   | 1      |
| + 0   |        |
| - 1   |        |
| ? 0   |        |
| + 2   |        |
| - 3   |        |
| ? 2   |        |

Subtask 1: 30% test có  $q \leq 10^3$ ;

Subtask 2: 30% test không tồn tại truy vấn loại 2;

Subtask 3: 40% test có  $q \leq 10^5$ .

-----HẾT-----

- \* Thí sinh KHÔNG được sử dụng tài liệu;
- \* Giám thị KHÔNG được giải thích gì thêm.