

ĐỀ THI MÔN TIN HỌC – KHỐI 11

KÌ THI CHUYÊN HẢI BẮC BỘ

Thời gian: 180 phút.

(Đề thi gồm 02 trang - 03 bài)

ĐỀ THI ĐỀ XUẤT

Người ra đề: Nguyễn Thanh Tùng – SĐT: 0968666245

Bài 1: QUÂN TIÊU PHU

Quân là một tay cưa gái khét tiếng ở xứ sở Hà Nội Cánh Tay. Cưa gái nhiều nên đã quá ngán, cậu bèn chuyển qua cưa cây.

Hàng cây gồm n cây, được đánh số từ 1 đến n từ trái qua phải. Ở vị trí thứ i , Quân chỉ được phép trồng cây có độ cao không quá h_i .

Quân muốn tìm một loại cây có độ cao là số nguyên H ($H \leq h_1, H \leq h_n$) và trồng vào một số vị trí thích hợp, biết rằng cậu chắc chắn sẽ trồng cây vào vị trí thứ 1 và thứ n .

Nếu cây ở vị trí thứ i bị đổ, nó sẽ làm các cây ở vị trí trong khoảng $[i + 1, i + H]$ đổ theo.

Hãy giúp Quân tính xem, độ cao H nhỏ nhất có thể là bao nhiêu, sao cho nếu Quân chặt đổ cây ở vị trí thứ 1 thì cây ở vị trí thứ n cũng bị đổ theo.

Input

- Dòng đầu tiên chứa một số nguyên dương n ($n \leq 10^7$).
- Dòng thứ hai chứa n số nguyên không âm $h_1, h_2, \dots, h_n$ ($h_i \leq n$).

Dữ liệu bảo đảm tồn tại một đáp án hợp lệ.

Output

- In ra một số nguyên dương là kết quả của bài toán.

Subtask

- Subtask 1 (20% số điểm): $n \leq 100$.
- Subtask 2 (20% số điểm): $n \leq 1000$.
- Subtask 3 (20% số điểm): $n \leq 10^5$.
- Subtask 4 (20% số điểm): $n \leq 10^6$.
- Subtask 5 (20% số điểm): Không có ràng buộc gì thêm.

Sample

Input	Output	Explanation
10 10 1 2 0 3 4 5 0 2 10	2	Quân trồng cây độ cao 2 ở các vị trí 1, 3, 5, 7, 9, 10.

Bài 2: BIỂU THỨC NGOẶC

Biểu thức ngoặc là xâu chỉ gồm các kí tự '(', ')', '[', ']', '{', '}'. Biểu thức ngoặc đúng và bậc của biểu thức ngoặc đúng được định nghĩa một cách đệ quy như sau:

- Biểu thức rỗng là biểu thức ngoặc đúng và có bậc bằng 0.
- Nếu A là biểu thức ngoặc đúng có bậc bằng k thì (A) , $[A]$, $\{A\}$ cũng là một biểu thức ngoặc đúng có bậc bằng $k + 1$.
- Nếu A và B là hai biểu thức ngoặc đúng và có bậc tương ứng là k_1 và k_2 thì AB cũng là một biểu thức ngoặc đúng có bậc bằng $\max(k_1, k_2)$.

Ví dụ, $()()$ là một biểu thức ngoặc đúng có bậc bằng 2 còn $\{()[]\}$ là một biểu thức ngoặc đúng và có bậc bằng 3.

Ta sẽ xét hai trường hợp sau:

- $T = 1$: biểu thức ngoặc chỉ gồm kí tự '(' và ')'.
- $T = 2$: biểu thức ngoặc gồm kí tự '(', ')', '[', ']', '{', '}'.

Với hai số nguyên N, K , người ta tiến hành tạo ra tất cả các biểu thức ngoặc đúng có độ dài N và bậc không vượt quá K . Sắp xếp các biểu thức ngoặc theo thứ tự từ điển, chú ý rằng '(' < ')' < '[' < ']' < '{' < '}'.

Cho biểu thức ngoặc đúng S , hãy tìm thứ tự của biểu thức ngoặc đúng S .

Input

- Dòng thứ nhất chứa số nguyên T ($1 \leq T \leq 2$).
- Dòng thứ hai chứa hai số nguyên N và K ($N \leq 3000$ $K \leq N/2$).
- Dòng thứ ba chứa N kí tự của biểu thức ngoặc S .

Output

- Thứ tự của dãy ngoặc S lấy dư cho $10^9 + 7$.

Subtask

- Subtask 1 (20% số điểm): $T = 2, N \leq 10$.
- Subtask 2 (20% số điểm): $T = 1, S = ()()...$
- Subtask 3 (20% số điểm): $T = 2, S = \{\}\{\}\dots$
- Subtask 4 (20% số điểm): $T = 1$.
- Subtask 5 (20% số điểm): $T = 2$.

Sample

Input	Output
2 8 4 { }(({ }))	1008

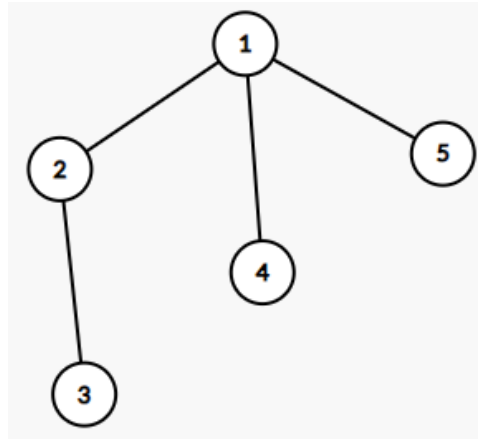
Bài 3: GIẢI BÓNG ĐÁ

Đất nước HNAMS gồm n thành phố được đánh số từ 1 tới n . Đất nước HNAMS rất thích bóng đá, ở thành phố thứ i có số sân vận động là a_i . Do một vài chính sách đặc biệt của Bộ Thể Thao mà số sân vận động của các thành phố là không quá m . Các thành phố của HNAMS cũng có $n - 1$ con đường hai chiều để kết nối các thành

phố lại. Con đường thứ i sẽ nối hai thành phố u_i và v_i , đảm bảo rằng mọi cặp thành phố đều có lộ trình di chuyển tới nhau. Nói cách khác, như bao đất nước trong thế giới OI, HNAMS có thể ví như một đồ thị dạng cây.

Bộ Xây Dựng đã tạo ra một phương pháp để đánh giá độ hiệu quả trong giao thông của một tổ hợp các thành phố:

- Giả sử ta có một tập thành phố $u_1, u_2, \dots, u_k$, độ hiệu quả trong giao thông của tập hợp thành phố này chính bằng đường đi ngắn nhất nếu có thể xuất phát tại một thành phố tùy ý và đi qua hết các thành phố trong tập. Đường đi ở HNAMS được tính theo số con đường mà lộ trình này đi qua.



Để hiểu rõ hơn về cách tính độ hiệu quả, hãy nhìn vào hình vẽ trên:

- Giả sử tập thành phố là $[3,4,5]$, độ hiệu quả của tổ hợp này là 5, bởi ta sẽ đi theo lộ trình: $3 \rightarrow 2 \rightarrow 1 \rightarrow 4 \rightarrow 1 \rightarrow 5$. Dễ thấy không có lộ trình nào có thể ngắn hơn.
- Giả sử tập thành phố là $[2,5]$, độ hiệu quả của tổ hợp này là 2 với lộ trình: $2 \rightarrow 1 \rightarrow 5$.
- Đối với tập thành phố rỗng hoặc có số thành phố bằng 1, độ hiệu quả được đánh giá là bằng 0.

Vì là một người đam mê bóng đá, chủ tịch HuySalad quyết định ăn mừng 120 năm sinh nhật của FIFA bằng việc tổ chức một mùa giải bóng đá bất tận, trải dài từ ngày 1 tới ngày m (hãy cố chấp nhận rằng thực sự có nhiều ngày như vậy). Vào ngày thứ x ($1 \leq x \leq m$), các trận đấu bóng đá sẽ được tổ chức tại các thành phố có số sân vận động **chia hết cho x** .

Như vậy, lưu lượng khách di chuyển sẽ là rất lớn, Chính Phủ giao cho bạn - Bộ Công Nghệ - đối với mỗi ngày, hãy đánh giá độ hiệu quả của tổ hợp thành phố được tổ chức bóng đá. Nói cách khác, đối với mỗi ngày thứ x ($1 \leq x \leq m$), bạn sẽ phải đánh giá độ hiệu quả của tập thành phố $[u_1, u_2, \dots, u_k]$ thỏa mãn $x \mid a[u_i] (\forall 1 \leq i \leq k)$.

Input

- Dòng thứ nhất chứa hai số nguyên dương n, m ($1 \leq n \leq 2 \times 10^5, 1 \leq m \leq 10^5$)
- Dòng thứ hai chứa n số nguyên dương, số thứ i là a_i , miêu tả số sân vận động ở thành phố i ($1 \leq a_i \leq m$).
- $n - 1$ dòng tiếp theo, dòng thứ i gồm hai số nguyên dương u_i và v_i miêu tả con đường hai chiều nối từ thành phố u_i tới thành phố v_i .

Output

- In ra m dòng, dòng thứ i là độ hiệu quả của tổ hợp thành phố được sử dụng trong ngày thứ i .

Subtask

- Subtask 1 (15% số điểm): Tất cả các con đường thứ i trong khoảng $[1, n - 1]$ có dạng $u_i = i, v_i = i + 1$.
- Subtask 2 (10% số điểm): $n \leq 10, m = 1$.
- Subtask 3 (15% số điểm): $m = 1$.
- Subtask 4 (10% số điểm): $m = 2$.
- Subtask 5 (30% số điểm): $n \leq 5 \times 10^4, m \leq 10^4$.
- Subtask 6 (20% số điểm): Không có giới hạn gì thêm.

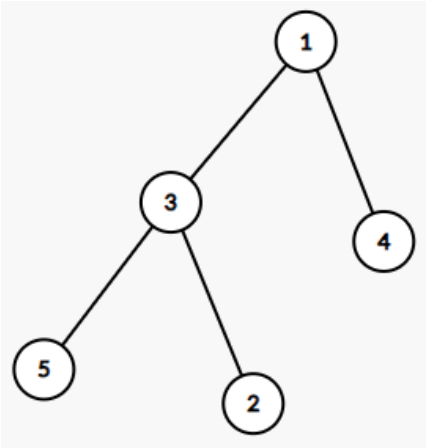
Sample

Input	Output
5 1 1 1 1 1 1 1 3 3 2 1 4 3 5	5
6 5 2 2 3 4 3 1 1 3 3 2 3 4 1 5 1 6	7 4 2 0 0

Explanation Sample 1

Do $m = 1$ nên chỉ có ngày đầu tiên được tổ chức bóng đá, do tất cả các thành phố đều có số sân vận động chia hết cho 1, nên ta có tập $[1, 2, 3, 4, 5]$.

Độ hiệu quả của tập này là 5, với lộ trình $5 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 1 \rightarrow 4$



Explanation Sample 2

Ta có các tập thành phố sau:

- Ngày 1: $[1, 2, 3, 4, 5, 6]$.
- Ngày 2: $[1, 2, 4]$
- Ngày 3: $[3, 5]$
- Ngày 4: $[4]$
- Ngày 5: $[]$
- Do ngày 4 chỉ có một và ngày 5 không có thành phố nào trong tập, độ hiệu quả của chúng đều bằng 0.

