

Ngày thi: 11/07/2023
Thời gian làm bài: 180 phút, không kể thời gian phát đề

(Đề thi có 04 trang)

TỔNG QUAN NGÀY THI THỨ NHẤT

Bài	Tên bài	Tệp chương trình	Tệp dữ liệu	Tệp kết quả	Điểm
1	Liên minh	spc.*	spc.inp	spc.out	7
2	Bật đèn	lamp.*	lamp.inp	lamp.out	7
3	Đoạn phủ mạnh	segcov.*	segcov.inp	segcov.out	6

Dấu * được thay thế bởi PY hoặc CPP của ngôn ngữ lập trình được sử dụng tương ứng là Python hoặc C++.
Hãy lập trình giải các bài toán sau:

Bài 1. Liên minh (7 điểm)

Tại một quốc gia XYZ, trong quốc hội có N ghế, mỗi ghế thuộc về một trong K đảng. Nhiệm vụ của các đảng là thành lập một liên minh cầm quyền.

Để một liên minh có thể cầm quyền, liên minh cần chiếm đa số trong quốc hội. Tuy nhiên, số lượng đảng trong liên minh càng nhiều thì sự ổn định càng giảm do sự khác biệt quan điểm. Do đó, một liên minh mà sau khi loại bỏ bất kỳ đảng nào vẫn còn chiếm đa số thì không được xem là ổn định.

Cụ thể, một nhóm các đảng có thể tạo thành liên minh cầm quyền ổn định nếu thỏa mãn hai điều kiện:

- Tổng số ghế của các đảng trong liên minh phải lớn hơn $N/2$.
- Nếu loại bỏ bất kỳ đảng nào khỏi liên minh thì số ghế còn lại không còn lớn hơn $N/2$.

Yêu cầu: Hãy đếm số lượng nhóm đảng có thể tạo thành liên minh cầm quyền ổn định.

Dữ liệu: Vào từ tệp văn bản `spc.inp`

- Dòng đầu tiên gồm hai số nguyên N và K , theo thứ tự là số ghế trong quốc hội và số đảng ($1 \leq N \leq 10^{18}, 1 \leq K \leq 36$);
- Dòng thứ hai gồm K số nguyên $M_1, M_2, \dots, M_K$ là số ghế của từng đảng ($1 \leq M_i \leq N$), với tổng $M_1 + M_2 + \dots + M_K = N$.

Các số trên cùng một dòng được ghi cách nhau bởi dấu cách.

Kết quả: Ghi ra tệp văn bản `spc.out`

- Một số nguyên duy nhất là số lượng liên minh cầm quyền ổn định có thể tạo thành.

Ví dụ:

spc.inp	spc.out	spc.inp	spc.out
18 5 7 2 3 4 2	4	6 6 1 1 1 1 1 1	15

Giải thích:

- Trong test ví dụ 1: Giả sử các đảng là 1, 2, 3, 4, 5 theo thứ tự. Các liên minh cam quyền ổn định có thể là: {1, 3}, {1, 4}, {1, 2, 5}, {2, 3, 4, 5}. Nhóm {1, 2} không phải liên minh cam quyền vì chỉ có tổng 9 ghế, không lớn hơn $N/2 = 9$. Nhóm {1, 2, 3} là liên minh cam quyền không ổn định, vì khi loại 2 ra vẫn còn {1, 3} có đủ số ghế lớn hơn $N/2 = 9$.
- Trong test ví dụ 2: Bất kỳ nhóm 4 đảng nào trong 6 đảng cũng tạo thành liên minh ổn định.

Ràng buộc:

- Có 20% số test ứng với 20% số điểm của bài có $K = 3$;
- Có 20% số test ứng với 20% số điểm của bài có $K = N$;
- Có 15% số test ứng với 15% số điểm của bài có $K \leq 20$;
- Có 15% số test ứng với 15% số điểm của bài có $N \leq 10^6$;
- Có 30% số test còn lại ứng với 30% số điểm của bài không có ràng buộc nào thêm.

Bài 2. Bật đèn (7 điểm)

Trong tòa nhà trung tâm hội nghị Bitland có N phòng họp (đánh số từ 1 đến N) và M hành lang nối các phòng đó. Biết rằng:

- Mỗi hành lang nối hai phòng khác nhau.
- Giữa hai phòng bất kỳ, tối đa chỉ có một hành lang.
- Từ bất kỳ phòng nào cũng có thể đi tới bất kỳ phòng khác thông qua các hành lang.

Vào buổi sáng, hệ thống đèn trong một số phòng có thể đang bật, trong khi ở những phòng khác thì không. Nhiệm vụ của bạn là bật đèn trong tất cả các phòng vào đầu ngày làm việc.

Tuy nhiên, toàn bộ đèn của mỗi phòng họp chỉ dùng chung một công tắc cảm biến rất kỳ lạ. Mỗi lần bạn bước vào một phòng, nếu toàn bộ đèn trong phòng đang bật thì công tắc sẽ tự động tắt hết đèn; nếu toàn bộ đèn đang tắt thì công tắc sẽ tự động bật hết đèn.

Cửa vào tòa nhà là ở phòng số 1, vì vậy bạn bắt đầu bằng cách bước vào phòng 1 và đi theo một hành trình theo thứ tự đến các phòng, mỗi phòng nào đó bạn có thể vào nhiều hơn một lần, cũng có phòng bạn có thể không vào lần nào. Bạn có thể kết thúc hành trình ở bất kỳ phòng nào. Vì sắp đến giờ làm việc, bạn phải đảm bảo rằng tất cả các phòng đều có đèn bật.

Yêu cầu: Bạn hãy tìm một hành trình đi đến các phòng họp sao cho tất cả các phòng đều có đèn được bật và thỏa mãn điều kiện tổng số lần đến các phòng không được vượt quá 5×10^5 .

Dữ liệu: Vào từ tệp văn bản `lamp.inp`

- Dòng đầu tiên gồm hai số nguyên N và M ($2 \leq N \leq 10^5, 1 \leq M \leq 10^5$), theo thứ tự là số phòng và số hành lang;
- Dòng thứ hai gồm N số nguyên, mỗi số là 0 hoặc 1. Số thứ i là 1 nếu đèn trong phòng i đang bật, là 0 nếu đèn đang tắt. Biết rằng ít nhất một phòng có đèn đang tắt;
- M dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm hai số nguyên U_i và V_i ($1 \leq U_i < V_i \leq N$), biểu thị có một hành lang nối giữa phòng U_i và V_i .

Kết quả: Ghi ra tệp văn bản `lamp.out`

- Dòng đầu tiên ghi một số nguyên K số lượt đi vào các phòng trong hành trình. Số này không cần nhỏ nhất, nhưng phải không lớn hơn 5×10^5 .
- Dòng thứ hai ghi K số nguyên là thứ tự các phòng bạn bước vào (bắt đầu từ phòng 1), sao cho sau khi kết thúc, tất cả các phòng đều có đèn được bật.

Nếu có nhiều đáp án thỏa mãn, bạn có thể in ra bất kỳ đáp án hợp lệ nào.

Các số trên cùng một dòng của tệp dữ liệu, tệp kết quả được ghi cách nhau bởi dấu cách.

lamp.inp	lamp.out
4 5	6
0 1 1 0	1 3 2 4 3 2
1 2	
2 3	
1 3	
2 4	
3 4	

Giải thích:

- Trạng thái đèn ban đầu: Phòng 1: Tắt, Phòng 2: Bật, Phòng 3: Bật, Phòng 4: Tắt.
- Sau 4 bước đầu: $\rightarrow 1 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 4$. Trạng thái đèn: Phòng 1, 4: Bật; Phòng 2, 3: Tắt.
- Sau 2 bước cuối: $\rightarrow 3 \rightarrow 2$. Tất cả đèn các phòng đều bật.

Ràng buộc:

- Có 30% số test ứng với 30% số điểm của bài có $N \leq 100$;
- Có 15% số test ứng với 15% số điểm của bài chỉ có một phòng duy nhất có đèn tắt;
- Có 15% số test ứng với 15% số điểm của bài có các hành lang nối tiếp các phòng thành một dãy theo thứ tự $1, 2, 3, \dots, N-1, N$;
- Có 20% số test ứng với 20% số điểm của bài có tất cả các phòng (trừ phòng 1) chỉ nối với phòng 1;
- Có 20% số test còn lại ứng với 20% số điểm của bài không có ràng buộc nào thêm.

Bài 3. Đoạn phủ mạnh (6 điểm)

Trên trục số, bạn được cho N đoạn thẳng $[L_1; R_1], [L_2; R_2], \dots, [L_N; R_N]$ với tọa độ đầu mút là các số nguyên dương.

Một thao tác chia nhỏ sẽ thay thế đoạn thẳng $[L; R]$ bằng hai đoạn $[L; M]$ và $[M; R]$, trong đó M là một số nguyên dương và $L < M < R$. Bạn có thể chia cả những đoạn ban đầu lẫn những đoạn mới sinh ra sau các lần chia trước đó.

Ta nói đoạn thẳng $[A; B]$, trong đó $A < B$ và A, B là các số nguyên dương, phủ mạnh đoạn $[L; R]$ nếu đoạn $[A; B]$ bao phủ ít nhất một nửa độ dài của đoạn $[L; R]$.

Yêu cầu: Tìm độ dài ngắn nhất có thể của một đoạn thẳng $[A; B]$ sao cho sau khi thực hiện chính xác K thao tác chia nhỏ, đoạn $[A; B]$ phủ mạnh tất cả $N + K$ đoạn thẳng cuối cùng.

Dữ liệu: Vào từ tệp văn bản **segcov.inp**

- Dòng đầu chứa hai số nguyên N và K ($1 \leq N \leq 10^5, 0 \leq K \leq 10^{14}$).
- N dòng tiếp theo, mỗi dòng chứa hai số nguyên L_i và R_i ($1 \leq L_i < R_i \leq 10^9$), biểu diễn đoạn thẳng thứ i .

Biết rằng, luôn tồn tại K thao tác chia nhỏ từ các đoạn đã cho và một số đoạn đầu vào có thể trùng nhau hoàn toàn.

Các số trên cùng một dòng được ghi cách nhau bởi dấu cách.

Kết quả: Ghi ra tệp văn bản **segcov.out**

- Một số nguyên duy nhất là độ dài nhỏ nhất có thể của đoạn thẳng $[A; B]$ sao cho $[A; B]$ phủ mạnh tất cả các đoạn cuối cùng nhận được sau K thao tác chia nhỏ.

Ví dụ:

segcov.inp	segcov.out	segcov.inp	segcov.out
3 3 1 7 3 8 2 9	4	6 15 4 10 2 8 7 14 1 9 5 12 3 13	7

Giải thích:

Trong test ví dụ 1: Ta có thể chia đoạn [3; 8] thành ba đoạn: [3; 5], [5; 7], [7; 8]; chia đoạn [2; 9] thành hai đoạn: [2; 6], [6; 9]; để nguyên đoạn [1; 7]. Sau đó, đoạn [4; 8] có độ dài 4 phủ mạnh tất cả 6 đoạn thu được. Không tồn tại đoạn ngắn hơn nào thỏa mãn điều kiện này.

Ràng buộc:

- Có 15% số test ứng với 15% số điểm của bài có $K = 0$;
- Có 15% số test ứng với 15% số điểm của bài không có hai đoạn thẳng nào giao nhau;
- Có 10% số test ứng với 10% số điểm của bài có $N \leq 500, R_l \leq 500$;
- Có 20% số test ứng với 20% số điểm của bài có $N \leq 5000, R_l \leq 5000$;
- Có 20% số test ứng với 20% số điểm của bài có $N \leq 10^4$;
- Có 20% số test còn lại ứng với 20% số điểm của bài không có ràng buộc nào thêm.

————— HẾT —————

- *Thí sinh không được sử dụng tài liệu.*
- *Giám thị coi thi không giải thích gì thêm.*

Họ và tên thí sinh: Số báo danh: QN0039

Chữ kí của giám thị 1: Chữ kí của giám thị 2: